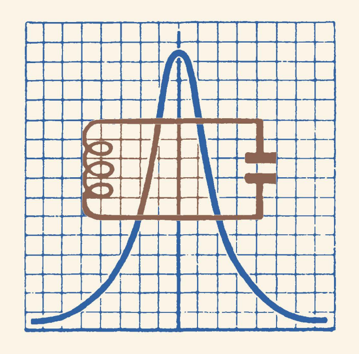


И. ГРЕКОВ

РЕЗОНАНС



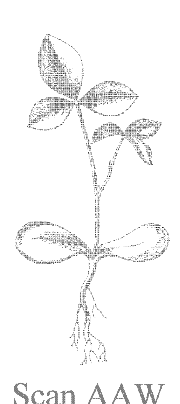


МАССОВАЯ РАДИО БИБЛИОТЕКА
ПОД ОБЩЕЙ РЕДАКЦИЕЙ АКАДЕМИКА А. И. БЕРГА

Выпуск 134

И. ГРЕКОВ

РЕЗОНАНС





ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1952 ЛЕНИНГРАД

52033

В книге рассказывается о явлении резонанса и некоторых его применениях; попутно разбирается ряд свойств линейных колебаний.

Книга рассчитана на читателя, имеющего среднее образование и соприкасающегося с техникой, в том числе и на подготовленного радиолюбителя.

Редактор *Е. М. Привальский* Техн. редактор *Г. Е. Ларионов*

Сдано в пр-во 16/X 1951 г. Подписано к печати 15/II 1952 г.
Бумага $82 \times 108^{1}/_{32} = 1^{5}/_{8}$ бумажных – 5,33 п. л. Уч.-изд. л. 5,6
Т-01495 Тираж 20 000 экз. Заказ № 1402

Типография Госэнергоиздата. Москва, Шлюзовая наб., 10.

Включив радиоприемник, мы прежде всего настраиваем его на радиостанцию, которую хотим принять. При надлежащем положении ручки настройки приемник будет принимать и усиливать колебания только тех частот, какие передает эта радиостанция; колебания других частот он не примет. Мы говорим тогда, что приемник настроен.

На определенный тон, на определенную частоту звуковых колебаний настраиваются и музыкальные инструменты: скрипка, гитара, виолончель и др. Настройка приемника, музыкального инструмента и т. д. основана на важном физическом явлении резонанса, имеющем большое значение не только в радиотехнике, но и во всех других областях науки и техники, где встречаются колебания, будь то колебания механические, звуковые или электрические, колебания огромного железнодорожного моста или мельчайших частиц, составляющих атомное ядро.

В этой книжке рассказывается, в чем существо и особенности явления резонанса. Конкретных примеров применения резонанса мы опишем немного, так как, понимая существо этого явления, каждый читатель найдет десятки таких примеров в своей собственной практике, в технике и в природе.

ГЛАВА ПЕРВАЯ
СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

1. РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

Все тела, как движущиеся, так и неподвижные, при определенных условиях могут совершать работу: они обладают некоторой энергией.

Если, например, раскрутить массивный маховик паровой машины, то он будет толкать поршень, сжимая тем самым пар в цилиндре и производя работу. Неподвижный маховик этой работы совершить бы не мог. Движущийся вагон может с разгона сам въехать на гору, так как он обладает опре-

деленной скоростью, а стало быть, и энергией. Энергия движения называется **кинетической энергией**. Она тем больше, чем больше масса тела m и его скорость v, и равна половине произведения массы на квадрат скорости:

$$W_{кин} = \frac{mv^2}{2}.$$

Но запас энергии имеется и у неподвижных тел. Например, в часах-ходиках определенной энергией обладает гиря. Постепенно опускаясь, она движет часовой механизм и тем самым совершает работу. Всякое поднятое вверх тело: груз, подвешенный к потолку, поднятый кверху копер и т. д., если его отпустить и дать ему упасть, также совершает работу. Такая энергия, зависящая от положения тела, называется **потенциальной энергией** (энергией положения).

Потенциальной энергией обладает не только тело, поднятое над землей, но и сжатая или растянутая пружина. Прикрепим к одному из концов растянутой пружины груз и отпустим ее. Пружина сожмется, передвинет груз и совершит работу. Стало быть, в растянутом состоянии пружина, хотя она и была неподвижна, все же обладала некоторой энергией. Эта энергия тем больше, чем сильнее растянута пружина, чем больше расстояние между ее витками. Поскольку энергия растянутой (или сжатой) пружины зависит от взаимного положения ее витков, то это тоже потенциальная энергия. Потенциальная энергия сжатой пружины используется, например, в часах (заводная пружина часов), в большинстве систем автоматического оружия (возвратная пружина в автомате, в пулемете, в скорострельных пушках), во многих измерительных приборах.

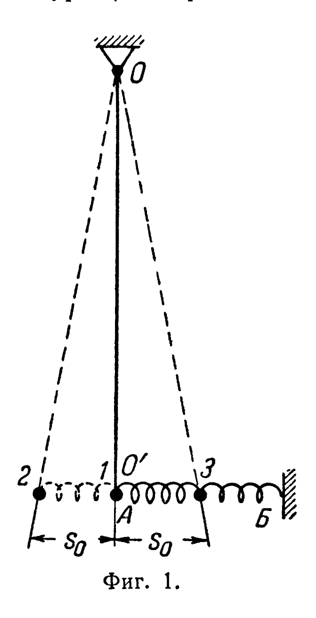
Когда растянутая или сжатая пружина движется, она обладает и потенциальной энергией (поскольку она растянута или сжата), и кинетической (поскольку она движется). Но масса пружины мала, поэтому ее потенциальная энергия гораздо больше кинетической и последней пренебрегают.

Кинетическая и потенциальная энергия — это все различные формы механической энергии. Существуют и другие виды энергии, кроме механической — электрическая, магнитная, химическая, энергия ядерных сил (в атомном ядре) и т. д. Один из основных законов природы — закон сохранения энергии — гласит, что энергия не может исчезать или возникать из ничего, она лишь переходит из одного вида в другой.

Перейдем теперь к колебаниям и посмотрим, какие превращения энергии происходят в окружающих нас телах, когда они совершают колебания.

2. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Система тел, в которой могут происходить колебания, называется колебательной системой. Примеры: автомобиль (его колебания на рессорах), гитара (звуковые колебания), маятник часов, радиоконтур (электрические колебания), атом любого вещества (электрические колебания в атоме порождают световые волны), атомное ядро и т. д.



Фиг. 1.

Разберем простейший пример колебания металлического шарика, закрепленного на пружинке (фиг. 1). Здесь колебательная система состоит из шарика массы m и пружины $АБ$, закрепленной на конце $Б$. Шарик укреплен на длинном и тонком стержне—маятнике OO'. Пусть вначале шарик висит неподвижно в положении равновесия *1*. Пружина при этом не растянута и не сжата; она свободна. Сместим теперь шарик в положение *2*; пружина $АБ$ растянется. При этом она создает упругую силу. Обозначим упругую силу пружины через F, а ее удлинение— через s. При малых удлинениях (или сжатиях) справедлив следующий закон: во сколько раз возрастает удлинение (или сжатие) пружины, во столько же раз возрастает и ее упругая сила. Математически это запишется так:

$$F = k \cdot s,$$

где k — величина, постоянная для данной пружины, называемая ее упругостью.

Такая зависимость F от s называется линейной или пропорциональной зависимостью, и это выражают так: F пропорционально s. При $s = 1$ *см* упругая сила F

численно равна k, стало быть, упругость пружины численно равна силе, потребной для растяжения пружины на 1 *см*. Она зависит от материала, числа витков, их диаметра и, наконец, диаметра проволоки, из которой навита пружина.

Первый вопрос, который мы себе поставим, как изменяются при колебаниях энергия шарика и энергия пружины?

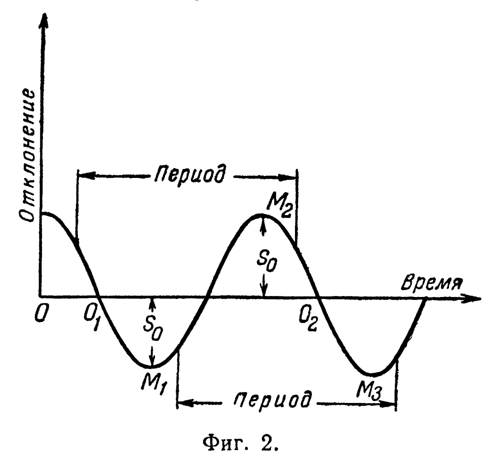
В положении 2 растянутая пружина обладает потенциальной энергией. Эта энергия U_0 численно равна работе, которую может совершить растянутая пружина, если ее отпустить. Вычислим эту работу и тем самым определим потенциальную энергию растянутой пружины в положении 2. Работа равна произведению силы F на путь s. Если бы сила упругости F с начала и до конца оставалась постоянной, скажем равнялась $F = ks_0$, то работа была бы равна $A = F \cdot s_0 = ks_0^2$. Однако сила упругости пружины непостоянна: в начале, в положении 2, она равна $F_2 = ks_0$, затем по мере сжатия постепенно уменьшается и в положении 1 равна нулю: $F_1 = 0$. Для вычисления работы возьмем тогда среднюю силу $F_{cp} = (F_1 + F_2)/2 = ks_0/2$ и умножим ее на путь. Получим:

$$U_0 = A = F_{cp} \cdot s_0 = \frac{ks_0}{2} \cdot s_0 = \frac{ks_0^2}{2}.$$

Итак, в положении 2 пружина обладает потенциальной энергией $U = ks_0^2/2$. Кинетическая энергия шарика в этом положении равна нулю—он неподвижен, растяжение закончено. Отпустим теперь шарик. В начальный момент его скорость равна нулю, но непрерывно действующая на шарик упругая сила пружины постепенно увеличивает его скорость; наконец, когда шарик проходит через положение равновесия, его скорость достигает своего наибольшего значения v_0. В этот момент потенциальная энергия пружины $U = ks^2/2$ равна нулю (пружина не сжата и не растянута), зато энергия движения шарика, его кинетическая энергия $mv^2/2$ достигает максимума. В согласии с законом сохранения энергии потенциальная энергия пружины в положении 2 полностью переходит при этом в кинетическую энергию шарика:

$$\frac{ks_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}.$$

При дальнейшем своем движении вправо шарик сжимает пружину. В ней возникает упругая сила, которая тормозит шарик; его скорость убывает, уменьшается и кинетическая энергия шарика. Зато потенциальная энергия пружины снова растет. В крайнем правом положении *3* кинетическая энергия шарика равна нулю, а потенциальная энергия пружины наибольшая ($U=ks_0^2/2$): кинетическая энергия шарика полностью переходит в потенциальную энергию сжатой пружины. Затем шарик начинает двигаться влево — потенциальная энергия пружины переходит в кинетическую энергию шарика и т. д. Повторяющийся все время с одинаковой частотой переход энергии из одного вида в другой и обратно, в нашем примере — из потенциальной энергии в кинетическую и из кинетической в потенциальную — лежит в самой основе этих колебаний.



Фиг. 2.

В табл. 1 показаны отклонение и скорость шарика в наиболее характерные моменты колебательного движения. При этом отклонение и скорость, направленные влево, мы считаем положительными, а направленные вправо — отрицательными.

Построим график колебаний. Проведем две взаимно перпендикулярные оси (фиг. 2) и на одной из них, горизонтальной, будем откладывать в каком-либо масштабе время (например, так, что каждый сантиметр соответствует 1 сек.), а на другой, вертикальной, смещение s шарика из положения равновесия. Положительные отклонения шарика отложим вверх, а отрицательные — вниз. Для каждого момента времени восстанавливаем в изображающей этот момент точке перпендикуляр и на нем откладываем величину отклонения шарика. Полученные точки соединяем плавной кривой, показывающей зависимость отклонения от времени. Точки M_1 и M_2 соответствуют крайним положениям шарика,

Таблица 1

Время	Положение системы	Смещение	Скорость	Сила упругости	Энергия	
					потенциальная	кинетическая
0	s_0	$+s_0$	$v=0$	$F=-ks_0$	$U=\frac{ks_0^2}{2}$	$W=0$
$\frac{T}{4}$	v	0	$v=-v_0$	$F=0$	$U=0$	$W=\frac{mv_0^2}{2}$
$\frac{T}{2}$	s_0	$-s_0$	$v=0$	$F=ks_0$	$U=\frac{ks_0^2}{2}$	$W=0$
$\frac{3}{4}T$	v	0	$v=v_0$ Скорость положительна, так как шарик движется влево	$F=0$	$U=0$	$W=\frac{mv_0^2}{2}$
T	s_0	$+s_0$	Прошел целый период, все вернулось в первоначальное положение, начинается второе колебание, которое будет таким же, как и первое		$U=\frac{ks_0^2}{2}$	$W=0$

O_1 и O_2 — положениям равновесия. Время, за которое шарик возвращается в исходное состояние, например проходит путь из O_1 через M_1 и M_2 в положение O_2, называется периодом колебаний и обозначается буквой T. Величина, обратная периоду $f = 1/T$, называется частотой. Она показывает число полных колебаний в секунду. Частота измеряется в герцах (*гц*); частота в 1 *гц* соответствует одному полному колебанию в секунду. Если частота велика, ее измеряют в килогерцах (*кгц*); 1 *кгц* соответствует 1 000 колебаний в секунду. Кроме частоты колебание характеризуется своим размахом s_0, т. е. наибольшим отклонением, называемым также амплитудой колебаний. Колебание, зависимость которого от времени выражается так, как это показано на фиг. 2, называется синусоидальным или гармоническим колебанием, а сама кривая $O_1M_1M_2M_3$ — синусоидой.

От чего зависят в нашем примере (фиг. 1) частота и амплитуда гармонических колебаний?

Амплитуда зависит от запаса энергии, которым обладала система в начальный момент, т. е. от растяжения пружины s_0. Чем больше мы оттянули вначале шарик и сильнее тем самым растянули пружину, тем бо́льшую кинетическую энергию сообщит она шарику, тем сильнее он сожмет ее при обратном движении и т. д.

Подчеркнем очень важное обстоятельство: амплитуда колебаний пропорциональна внешней силе F, создавшей начальное отклонение s_0; так как $F = ks$, где k — постоянно, то во сколько раз увеличится внешняя сила F, во столько же раз возрастет и амплитуда колебаний s_0.

Наоборот, частота колебаний не зависит от количества энергии, запасенного колеблющимся телом, не зависит от отклонения, но определяется свойством самих колеблющихся тел: массой шарика и упругостью пружины. В этом нетрудно убедиться. Пусть, например, шарик обладает вначале большей энергией, и его отклонение поэтому не s_0, а в десять раз больше — $10\ s_0$. Путь, который надо пройти шарику за время одного колебания, возрастет в десять раз. Казалось бы, и времени на этот путь нужно вдесятеро больше, чем на прежний путь s_0, и период колебаний должен возрасти. Но это не так; при новом отклонении $10\, s_0$ упругая сила пружины, возвращающая шарик в положение равновесия, тоже увеличилась в десять раз (так как она пропорциональна отклонению $F = ks$). Бо́льшая сила сообщит

шарику и большее ускорение, и новый путь $10s_0$, он пройдет за то же время, что и прежде путь s_0. Одно компенсирует другое, и время одного колебания оказывается одинаковым при различных отклонениях. Отсюда следуют два вывода. Во-первых, частота колебаний не зависит от начального отклонения. Сильно ли мы толкнули груз на пружине или слабо, продолжительность одного колебания будет та же самая. Во-вторых, после первоначального толчка, когда колебания начнут затухать, амплитуда их постепенно уменьшается, но частота и период не меняются (ибо они не зависят от отклонения s). При изменении амплитуды период и частота остаются прежними. Это свойство колебаний очень важно. Оно очень существенно, например, в музыке. Высота музыкального тона определяется частотой колебаний; каждому тону соответствует своя частота. Если бы частота колебаний, например, струны зависела от амплитуды, то никак нельзя было бы сказать заранее, какой тон даст струна: все зависело бы от силы удара, от начального отклонения струны. Играть по нотам было бы невозможно. Но это еще не все. Если бы частота зависела от амплитуды колебаний, то, замирая, всякий звук менял бы высоту. Скажем, певец пропел ноту тенором. Пока звук дойдет до нас, амплитуда его уменьшится, частота изменится, и тенор превратится в бас. При этом музыка приобрела бы весьма дикий и необычный характер.

Как вычислить частоту колебаний, зная свойства колеблющихся тел — их массу и упругость?

Чем больше масса тела, тем больше времени потребуется данной силе, чтобы ускорить это тело и заставить его тем самым пройти некоторый путь. Чем больше масса шарика, тем больше времени тратит пружина на то, чтобы вернуть его в состояние равновесия. Но время перехода шарика из крайнего положения в положение равновесия составляет четверть периода; поэтому чем больше масса, тем больше период колебаний и тем меньше, следовательно, частота (так как $f = 1/T$). Обратное действие оказывает на период колебаний упругость пружины. Увеличив упругость пружины, мы увеличим во столько же раз и силу, возвращающую шарик в положение равновесия. Под действием большей силы шарик пройдет свой путь к положению равновесия быстрее. Чем больше, стало быть, упругость пружины, тем меньше период колебаний шарика и больше частота.

Несложный математический расчет подтверждает наши рассуждения и дает для частоты колебаний шарика следующую формулу:

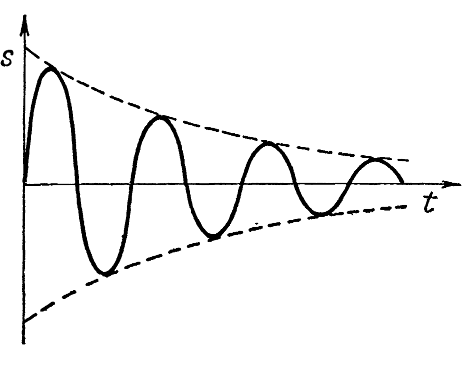
$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad (1)$$

где π—постоянное число, равное 3,14.

Колебания, которые мы здесь рассмотрели, называются свободными или собственными колебаниями. Внешняя сила сообщает шарику только первоначальный запас энергии. После этого она прекращает свое действие; шарик и пружина свободны от внешних сил и совершают колебания сами по себе. Собственными колебаниями их можно назвать потому, что их характер (период и форма, как она показана на фиг. 2) зависит не от внешней силы, а от свойств самой системы — массы и упругости колеблющихся тел.

3. ЗАТУХАНИЕ

Амплитуда колебаний, показанных на фиг. 2, с течением времени не меняется. Между тем мы знаем из опыта, что свободные колебания постепенно затухают, их амплитуда уменьшается. Где же, в наших рассуждениях ошибка? Все дело в том, что мы не учитывали до сих пор трения и предполагали, что при колебаниях вся кинетическая энергия переходит в потенциальную и обратно. Тогда и все амплитуды получаются равными. Однако при всяком движении существует сопротивление среды, есть трение; поэтому при каждом колебании часть кинетической энергии не переходит в потенциальную, а расходуется на трение и колебания постепенно затухают (фиг. 3). Колебания, изображенные на фиг. 3, отличаются от гармонических колебаний фиг. 2 тем,



Фиг. 3.

что их амплитуда с течением времени уменьшается, в остальном их форма та же. Но назвать такие колебания гармоническими нельзя — при гармонических колебаниях амплитуда постоянна.

Трение зависит обычно от скорости тела; но в разных случаях по-разному. Часто можно считать силу трения пропорциональной скорости, т. е. во сколько раз возрастет скорость, во столько же раз возрастет и противодействующая ей сила трения. Мы этой зависимостью трения от скорости и ограничимся, а систем, где трение зависит более сложным образом от скорости (вихри в воздухе, волны на поверхности воды и др.), рассматривать не будем. Силу трения можно считать пропорциональной скорости: например, для предмета, медленно движущегося в вязкой жидкости (масле или глицерине).

Интересно, что трение мало влияет на частоту свободных колебаний. Пусть, например, колебания происходят в глицерине, и трение настолько сильно, что за период амплитуда уменьшается примерно в полтора раза (фиг. 3). За четыре-пять периодов такое колебание практически затухает. Его период в глицерине больше, чем в воздухе, но на очень малую величины, всего на 0,3%. Таким образом, за один период трение меняет амплитуду примерно на 65%, а частоту уменьшает всего только на 0,3%.

Все это вполне понятно: трение уменьшает запас механической энергии в системе, а амплитуда колебаний как раз определяется запасом механической энергии (энергией сжатой пружины, движущегося шарика и т. д.), так что трение в первую очередь действует на амплитуду колебаний. Частота же зависит от свойств системы: ее упругости, инерционности (массы) и коэффициента трения. Но пока потери на трение за период составляют малую долю от всей энергии колеблющегося тела (потенциальной, связанной с упругостью, и кинетической, связанной с массой), частота определится поэтому в основном массой и упругостью. Она будет такой же, как и частота колебаний без учета трения [формула (1)]. Только при очень большом трении (см. стр. 49) оно начинает влиять и на форму колебаний и на их частоту. В большинстве случаев, встречающихся на практике, влиянием трения на частоту можно пренебречь. Случаи очень значительного затухания (колебания в вязкой среде, например в масле) встречаются редко.

4. ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ

Колебания груза на пружине — пример простой и понятный. Но нас интересуют прежде всего другие колебания, которые более важны в природе и технике (вибрации самолета, колебания валов и опор в машинах, колебания маятника в часах и т. д.). Будут ли законы колебаний шарика на пружине справедливы и в этих более сложных случаях? Попрежнему ли частота свободных колебаний будет зависеть не от их амплитуды, а от массы и упругости? Останутся ли колебания гармоническими? Так ли будет влиять на них трение? Если колебательная система обладает теми же свойствами, что и в нашем простейшем примере, тогда все эти законы для нее справедливы. Но о каких же свойствах идет тут речь? Очевидно, о тех свойствах шарика и пружинки, на каких мы основывались, когда находили законы их колебаний. Вспомним эти свойства.

Во-первых, мы считали, что масса шарика не зависит ни от скорости, ни от отклонения.

Во-вторых, мы указывали, что упругость пружины постоянна и не зависит от ее растяжения. Для этого упругая сила должна зависеть от отклонения обязательно линейно—по закону $F=ks$. Если она равна не ks, а скажем, ks^2, то упругость пружины (отношение силы к удлинению) будет $F/s=ks^2/s=ks$, т. е. упругость зависит от растяжения. При колебаниях растяжение меняется, при этом в такой пружине менялась бы и упругость. Только при $F=ks$ упругость $F/s=ks/s=k$ не зависит от растяжения. Опыт показывает, что при небольших растяжениях пружины (в полтора-два раза) упругость действительно не зависит от растяжения, а при более значительных растяжениях постепенно возрастает.

В-третьих, мы считали, что коэффициент трения, т. е. отношение силы трения к скорости F_{mp}/v, от скорости не зависит и, стало быть, во время колебаний не меняется. Для этого сила трения должна линейно зависеть от скорости $F_{mp}=\mu v$ (μ — греческая буква, читается „мю“). Если, например, $F_{mp}=\mu_1 v+\mu_2 v^2$, то коэффициент трения равен:

$$\frac{F_{mp}}{v}=\frac{\mu_1 v+\mu_2 v^2}{v}=\mu_1+\mu_2 v,$$

т. е. он зависит уже от скорости и во время колебаний меняется.

Если мы хотим применить законы, справедливые для колебаний груза на пружине, к иной колебательной системе, то следует прежде всего убедиться, что удовлетворяются все эти три условия. Но во многих случаях никакой силы упругости нет. Например, маятник периодически возвращает в положение равновесия не упругая сила, а сила тяжести; магнитную стрелку — сила магнитного поля Земли. Какая-то возвращающая сила должна быть, иначе не будет колебаний. Если, однако, эта возвращающая сила линейно зависит от смещения, то законы колебаний будут такие же, как и при силе упругости.

Все наши рассуждения на стр. 6 — 10 останутся прежними, только роль силы упругости будут играть соответственно магнитная сила, электрическая сила, сила тяжести и т. д.

Итак, в колебательных системах, где выполняются три условия: 1) масса не зависит ни от отклонения, ни от скорости; 2) возвращающая сила линейно зависит от отклонения; 3) сила трения линейно зависит от скорости, — свободные колебания обладают следующими свойствами:

1. Эти колебания гармонические (если учесть трение, то не вполне гармонические, поскольку они затухают).
2. Их частота не зависит от амплитуды.
3. Частота определяется свойствами самой системы и равна:

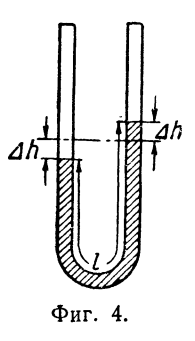
$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Такие системы называются л и н е й н ы м и. Законы колебаний в них проще и они лучше изучены. Остальные колебательные системы, где хотя бы одно из этих условий не выполняется, называются нелинейными. Нелинейных систем очень много, они часто встречаются в природе, в технике.

Примеры нелинейных систем в механике—часы, в радиотехнике — ламповые генераторы всех типов, смеситель, детектор в любом приемнике. Законы колебаний в нелинейных системах совсем иные, чем в линейных, значительно сложнее и менее изучены. Частота свободных колебаний зависит здесь от амплитуды, от первоначального толчка; график колебаний совсем иной, чем на фиг. 2, — колебания, как правило уже не будут гармоническими и т. д.

5. ПРИМЕРЫ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Вертикальные колебания жидкости в U-образной трубке (фиг. 4). Никакой пружины в этом случае нет, но при опускании жидкости в одном колене в другом возникает возвращающая сила — сила веса избытка жидкости. Вдвое большему понижению уровня в левом колене соответствует вдвое больший избыток жидкости в правом колене, а стало быть, и вдвое бо́льшая возвращающая сила. Мы видим, что это система линейная: возвращающая сила линейно зависит от отклонения. Итак, если создать в начальный момент какую-то разность уровней, то жидкость в трубке начнет совершать гармонические колебания. Их частота не будет зависеть от начальной разности уровней и определится общей длиной всего столба жидкости в трубке.



Фиг. 4.

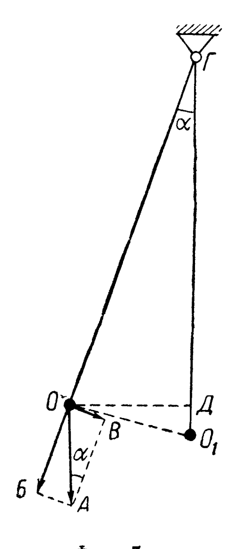
Если прыгнуть на плавающую льдину, то она немного опустится в воду, затем поднимется и начнет колебаться вниз и вверх. На тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной им воды (закон Архимеда). В состоянии равновесия вес воды, вытесненной частью льдины, как раз равен весу всей льдины (подводной и надводной ее части) плюс вес человека, и льдина больше не погружается. Прыгнув на льдину, мы передаем ей некоторую кинетическую энергию, и она погружается на глубину h. Выталкивающая сила воды стремится возвратить ее в положение равновесия. Проверим, будет ли такая система линейной.

Если льдина имеет повсюду одинаковую толщину, то во сколько раз возрастет глубина погружения h, во столько же раз возрастет и объем вытесненной воды, а вместе с ним и выталкивающая сила. Система — линейная; поэтому ее свободные колебания будут гармоническими, их частота определится массой и объемом льдины, массой человека и плотностью воды. Глубоко ли или неглубоко погрузилась в первый момент льдина, сильно ли ее толкнули вниз или слабо, частота колебаний будет одна и та же.

Маятник (фиг. 5). Силу тяжести (т. е. силу веса маятника) OA можно разложить на две составляющие: вдоль нити (составляющая $OБ$) и перпендикулярно к ней (состав-

ляющая OB). Сила $OБ$ уравновешивается противодействием нити и никакого движения не вызывает. Другая составляющая — OB — направлена перпендикулярно нити и вызывает движение маятника из положения O в положение O_1.

Угол $OГД$ равен углу OAB, так как стороны этих углов взаимно параллельны. Поэтому треугольники $OГД$ и OAB подобны (второй угол в них прямой) и $OB/OД = OA/OГ$, откуда $OB = OД \cdot OA/OГ$. При малых углах отклонения $OД$ можно считать равным OO_1, так что $OB = OO_1 \cdot OA/OГ$. Отрезок OA изображает собой силу веса груза. Она равна его массе, помноженной на ускорение силы тяжести g: $OA = P = mg$. $OГ$ — длина маятника, обозначим ее через l. Мы видим, что возвращающая сила линейно зависит от смещения: $F = OB = (mg/l) \cdot OO_1$. Роль коэффициента упругости k играет множитель (mg/l). Стало быть, при малых отклонениях маятник представляет собой линейную систему, колебания его гармонические, и их частота по формуле на стр. 14 равна:



Фиг. 5.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mg}{lm}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Частота колебаний маятника не зависит от его массы, а определяется его длиной и ускорением силы тяжести. Кроме того, при малых углах отклонения частота колебаний маятника не зависит и от амплитуды качаний. В маятнике «пружиной» служит сила тяжести. Можно считать с большой степенью точности, что ускорение силы тяжести в каждом данном месте на земной поверхности постоянно и от времени не зависит; от места к месту оно меняется также очень мало. Длина маятника при его колебаниях тоже не меняется. Значит, период колебаний маятника данной длины всегда один и тот же. Поэтому маятник и используется как регулятор хода часов.

Колебания магнитной стрелки. Магнитная стрелка (например, в компасе) устанавливается в магнитном поле не сразу, она совершает прежде несколько колебаний вокруг направления поля.

Возвращающей силой служит в этом случае сила магнитного поля, мерой отклонения (смещением) — угол поворота α. Правда, сама сила магнитного поля при колебаниях стрелки не меняется, как не меняется при колебаниях маятника сила тяжести. Но ее можно, как и силу тяжести в примере с маятником, разложить на две составляющие: по оси стрелки и перпендикулярно ей. Поворачивает магнитную стрелку только эта вторая составляющая OB, а она зависит от угла α и притом линейно (это легко показать несложным геометрическим построением, как и на фиг. 5) Поскольку возвращающая сила линейно зависит от смещения, колебания будут гармоническими и их частота определится только свойствами самой магнитной стрелки и напряженностью магнитного поля, но не будет зависеть от начального отклонения. Обратно, зная период колебаний магнитной стрелки, можно вычислить напряженность поля. Таким путем ученые впервые определили напряженность магнитного поля Земли.

ГЛАВА ВТОРАЯ

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ. РЕЗОНАНС

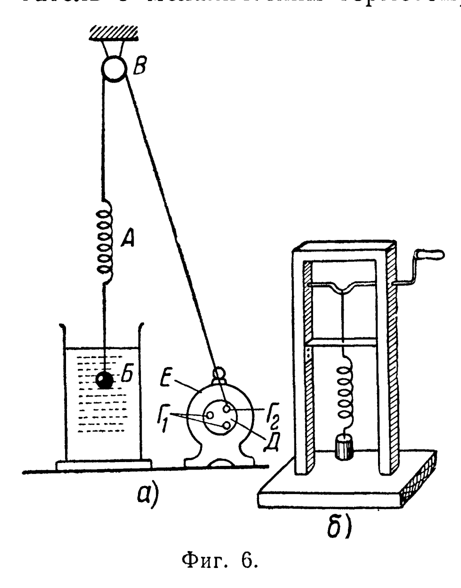
1. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Свободные колебания в линейной системе всегда затухают (вследствие трения). Если мы хотим получить в линейной системе незатухающие колебания, то надо ей беспрерывно сообщать энергию с помощью какой-нибудь внешней силы. Эта энергия компенсирует потери на трение, и амплитуда колебаний не будет уменьшаться, а останется постоянной, колебания будут незатухающими. Но их уже нельзя назвать свободными, так как все время действует внешняя сила. Колебания под действием внешней силы называются **вынужденными** колебаниями.

Мы будем рассматривать действие на линейную систему переменных сил специального вида, график которых представляет собой синусоиду (такую же кривую, как на фиг. 2). Такие силы называются синусоидальными или гармоническими. В природе и технике они встречаются очень часто.

Итак, пусть на линейную систему действует гармоническая внешняя сила. Какие колебания при этом возникнут, от чего будет зависеть их частота и амплитуда?

Для ответа на этот вопрос проделаем опыт (фиг. 6). Подвесим на пружине *А* небольшой груз *Б*, это и будет наша колебательная система. К верхнему концу пружины привяжем нить, перекинем ее через блок *В* и прикрепим к штифту *Г*. Штифт *Г* укреплен на диске *Д*, сидящем на валу небольшого электродвигателя *Е*. Электродвигатель выберем такой, чтобы можно было менять скорость его вращения (двигатель постоянного тока или асинхронный двигатель с механическим тормозом). Двигатель действует на пружину и груз с переменной силой, попеременно оттягивая и отпуская нить. Когда штифт занимает положение $Г_1$, внешняя сила равна нулю, в положении штифта $Г_2$ она достигает своего наибольшего значения. График этой силы (ее можно считать синусоидальной) показан на фиг. 2. Под действием внешней силы груз начинает совершать вынужденные колебания. Чтобы колебания были не слишком велики, создадим искусственно трение: опустим груз (но не пружину) в воду с небольшой примесью глицерина (глицерин берется для вязкости). Амплитуду колебаний можно отсчитывать по рискам, нанесенным на поверхность стекла банки через каждые 5 *мм*.

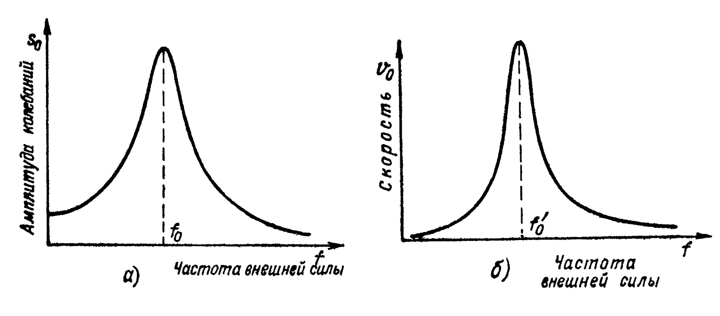


Фиг. 6.

Включив электродвигатель, мы сразу убедимся в следующем:

1. Вынужденные колебания груза будут гармоническими (это вполне понятно, так как внешняя сила тоже гармоническая). 2. Частота будет та же, что и частота внешней силы. 3. Амплитуда вынужденных колебаний зависит, конечно, от величины внешней силы: чем больше внешняя сила, тем больше (при данной частоте) и размах колебаний. Но амплитуда вынужденных колебаний существенно зависит не только от величины, но и от частоты внешней силы.

Посмотрим, какова эта зависимость. Для этой цели будем плавно менять частоту внешней силы изменением числа оборотов двигателя. Меняться при этом будет только частота внешней силы. Ее амплитуда (максимальное значение силы за период) остается постоянной, так как зависит не от числа оборотов двигателя, а только от радиуса диска *Д*, т. е. от максимального смещения нити двигателем. Пусть вначале частота равна нулю, т. е. внешняя сила постоянна. Повернем диск из положения $Г_1$ на четверть оборота (в положение $Г_2$). При этом диск оттянет пружину с некоторой



Фиг. 7.

силой, и груз *Б* немного приподнимается. Это отклонение при постоянной силе называется статическим. Включив двигатель, будем плавно увеличивать число оборотов в минуту и отсчитывать амплитуды, соответствующие каждой скорости вращения. С увеличением скорости вращения двигателя размах вынужденных колебаний сначала возрастает, при некотором числе оборотов в минуту достигает наибольшего значения, а затем при дальнейшем увеличении числа оборотов постепенно падает. Результаты опыта показаны на фиг. 7,*а*, где изображена зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты. Кривая фиг. 7,*а* называется резонансной кривой. По горизонтальной оси здесь отложена частота внешней силы f, а по вертикальной — амплитуда колебаний.

Скорость при гармонических колебаниях меняется по тому же закону, что и отклонение, только она достигает своего наибольшего и наименьшего значения в другие моменты времени. Когда отклонение наибольшее, скорость равна нулю, когда же отклонение равно нулю (в положении равновесия), скорость наибольшая и $v = v_0$. С частотой

меняется не только амплитуда колебаний s_0, но также и максимальное значение скорости v_0. На фиг. 7,*б* показано, как меняется максимальная скорость (v_0) с изменением частоты внешней силы. Здесь сравниваются между собой скорости груза, когда он проходит положение равновесия (но при разных частотах). Кривая на фиг. 7,*б* называется резонансной кривой для скоростей. Она отличается от резонансной кривой на фиг. 7,*а* только в одном: при постоянном отклонении (т. е. при частоте внешней силы $f = 0$) отклонение не равно нулю (статическое отклонение), а скорость равна нулю (так как нет движения). В остальном эти резонансные кривые скорости и амплитуды очень похожи друг на друга: с возрастанием частоты внешней силы обе кривые плавно поднимаются до некоторого максимума и затем постепенно опускаются к нулю, однако при этом нуля не достигают.

Важная особенность обеих кривых заключается в том, что для частоты нет порога, — при всякой частоте внешней силы амплитуда вынужденных колебаний отлична от нуля, колебания есть, хотя бы и малые.

Заметим, что качественно явление резонанса можно показать и на другом более простом приборе, подвесив, например, пружину с грузом на слегка изогнутой оси, а эту ось вращая с различной скоростью, хотя бы от руки (фиг. 6,*б*). Результат этого вращения такой же, как если бы верхний конец пружины был закреплен, а к грузу приложена синусоидальная внешняя сила.

Что собой представляет частота f_0, при которой достигают своего максимума как отклонение, так и скорость? Измерив эту частоту, убеждаемся, что она равна частоте свободных колебаний нашей системы (груз—пружина). Итак, амплитуда вынужденных колебаний достигает своего максимума при частоте внешней силы, равной собственной частоте системы, т. е. частоте свободных колебаний.

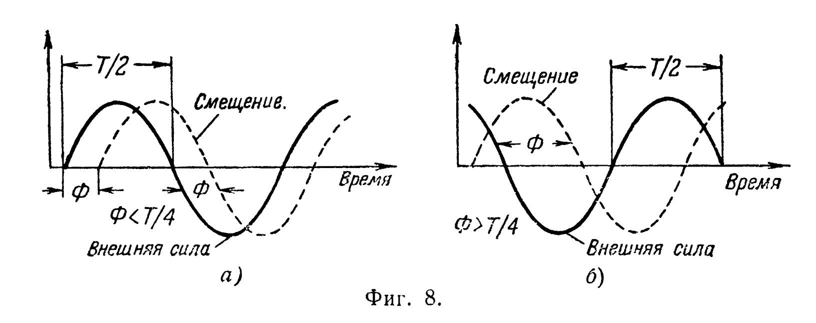
2. РЕЗОНАНС

Это явление — нарастание вынужденных колебаний до некоторого максимума, наступающего при определенной частоте внешней силы, и называется *резонансом*. Слово «резонанс» (буквально — отклик) происходит от латинских слов resonare (звучать, отзываться, откликаться) и resonantia (отголосок, отзвук).

Впервые явления резонанса были подмечены для звуковых колебаний, и поэтому все явление и получило название «резонанс».

Мы подошли к явлению резонанса, изучая нарастание амплитуды вынужденных колебаний. Но существует и другая, весьма интересная и существенная сторона этого явления.

Речь идет о ф а з е вынужденных колебаний системы по отношению к колебаниям внешней силы. Повторим опыт, начав опять с малых оборотов двигателя, и присмотримся к колебаниям шарика внимательнее. Мы заметим,



Фиг. 8.

что в моменты, когда нить над пружинкой движется кверху (т. е. внешняя сила направлена вверх), шарик движется тоже вверх. Когда нить идет вниз, шарик тоже движется вниз. В таком случае говорят, что колебания груза и колебания внешней силы совершаются в одинаковой фазе, что они с и н ф а з н ы. Увеличивая скорость вращения двигателя, мы заметим, что колебания груза отстают от колебаний нити и притом на все бóльшую долю периода. Это отставание называют также с д в и г о м п о ф а з е *Ф*.

На фиг. 8,*а* показаны кривые изменения внешней силы и смещения груза при частоте ниже резонансной. Сдвиг по фазе между ними меньше четверти периода. Вблизи резонанса сдвиг фаз быстро возрастает, при резонансе он равен $T/4$ (внешняя сила наибольшая в положении равновесия).

При частоте, большей резонансной, внешняя сила и смещение груза уже в п р о т и в о ф а з е; когда нить движется вверх, груз опускается вниз (фиг. 8,*б*). Сдвиг фаз продолжает расти от $T/4$ до $T/2$. Сдвиг фаз $T/2$ — предел, к кото-

рому приближается Φ при возрастании частоты внешней силы f.

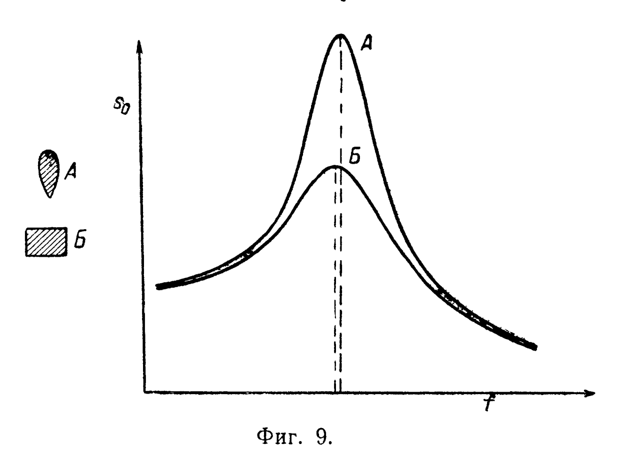
Следует правильно понимать фиг. 8. В первый момент, в самом начале колебаний и нить, и груз приходят в движение практически одновременно, синфазно. Фигура изображает не этот начальный момент, а установившуюся картину; $t=0$ — не начальный момент (20—30 колебаний до этого момента, слева от точки, на фиг. 8 просто не показаны). Поэтому Φ — не начальный сдвиг по фазе, а, так сказать, «рожденный» в самом процессе колебаний, характерный для данного соотношения частоты внешней силы и собственной частоты системы.

Пример резонанса, в котором существенны именно фазовые соотношения, мы приведем позже — на стр. 26.

Явление резонанса можно пояснить на следующем простом примере. Пусть имеется маятник, совершающий свободные колебания с периодом в 1 сек. Станем его толкать попеременно вправо и влево (с одинаковой силой). Вначале будем его толкать с частотой в 60 раз в секунду. Для этой цели можно, например, воспользоваться электромагнитом, питаемым переменным током. Поскольку маятник колеблется с периодом в 1 сек., то два последовательных толчка встретят его почти в одном и том же положении. Они направлены в противоположные стороны (один вправо, другой влево) и потому их общее действие на колебания маятника будет очень мало. Станем теперь толкать маятник каждые полсекунды (период толчков, т. е. промежуток времени между соседними толчками одинакового направления, равен тогда 1 сек.). Пусть толчок вправо встретил маятник в крайнем правом положении, тогда толчок влево (через полсекунды) встретит его в крайнем левом положении и придаст ему дополнительное отклонение влево. Поскольку противоположные толчки встречают теперь маятник в различных положениях, то их действие складывается; и тот, и другой увеливают амплитуду колебаний. Внешняя сила (периодически повторяющиеся толчки) действует в такт с собственными колебаниями маятника, и поэтому размах колебаний будет расти. Правда, в нашем примере внешняя сила действует толчками, ее график выражается не синусоидой фиг. 2, но физическую картину резонанса (в такт или не в такт) пример с маятником выясняет очень наглядно.

3. РОЛЬ ТРЕНИЯ

При внешней силе, действующей в такт с собственными колебаниями (резонанс), амплитуда вынужденных колебаний все нарастает. Будет ли она нарастать до бесконечности? Конечно, нет. Опыт учит нас, что и при самой точной настройке в резонанс вынужденные колебания не превышают определенного предела и до бесконечности не растут; причина тому — трение и сопротивление среды. По мере того, как растет амплитуда вынужденных колебаний, растет и максимальная скорость (так как $ks_0^2/2 = mv^2/2$), а с ней и трение (поскольку $F_{тр} = \mu v$).



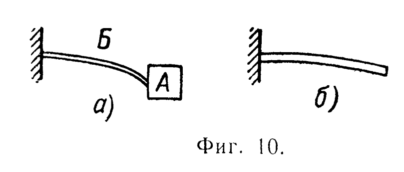
Фиг. 9.

Наконец, при некоторой амплитуде потери на трение достигают той же величины, что и мощность источника, и амплитуда дальше не растет, хотя и имеет место резонанс ($f = f_0$). Если внешняя сила задана, то это предельное значение амплитуды вынужденных колебаний зависит от коэффициента трения μ. Чем больше коэффициент трения, тем меньше скорость, при которой потери сравниваются с полезной мощностью внешней силы, тем меньше амплитуда колебаний при резонансе. В этом легко убедиться на опыте; на установке фиг. 6 нужно для этой цели исследовать резонансную кривую при различных коэффициентах трения. Коэффициент трения при движении тела в жидкости зависит от формы этого тела; исследуем поэтому резонансные кривые отдельно для двух грузов *А* и *Б* одинаковой массы,

но разной формы. На фиг. 9 показаны оба груза и соответствующие резонансные кривые. Чем больше трение, тем ниже максимум, и вся кривая расплывается, становится более тупой.

4. КОЛЕБАНИЯ „СПЛОШНЫХ" СИСТЕМ

В системе шарик-пружинка вся масса была сосредоточена в шарике, и массой пружины по ее малости можно было пренебречь. Упругие же свойства были сосредоточены в пружине, так как шарик своей формы не меняет (не сжимается и не растягивается) и в нем упругие силы не возникают. Кинетическая энергия сосредоточена здесь в шарике, а потенциальная — в пружине. Поэтому систему шарик—пружинка можно назвать системой с сосредоточенными постоянными (массой и упругостью). Другой пример системы с сосредоточенными постоянными — стальной цилиндр *А* на плоской стальной пружине *Б* (фиг. 10,*а*). Масса груза значительно больше массы пружины, и можно считать что вся масса системы сосредоточена в центре тяжести груза, а упругость — в пружине.



Фиг. 10.

Будем теперь постепенно уменьшать груз *А* и увеличивать сечение пружины. В конечном счете вместо пружины с грузом на конце мы получим таким путем однородную стальную пластину с одинаковым сечением по всей ее длине (фиг. 10,*б*). Теперь нельзя считать, что вся масса системы на одном конце, а упругостью обладает другой конец. Каждый кубический сантиметр пластинки обладает теперь одинаковой массой и одинаковой упругостью. Можно сказать, что масса и упругость распределены по всему объему пластинки. Такие системы называются системами с распределенными постоянными. Если возвращающая сила, которая действует теперь в каждом участке пластинки, линейно зависит от смещения этого участка из положения равновесия, то пластинка—линейная система и колебания в ней принципиально происходят так же, как и в простейшем случае шарика на пружинке. Частота собственных колебаний определяется свойствами самой системы, но теперь уже не только массой и упругостью, но и длиной, шириной и высотой пластинки, а амплитуда—запасом

энергии, начальным толчком. Другие примеры линейных систем с распределенными постоянными: струна, корпус любого музыкального инструмента, валы машин (крутильные колебания), винт самолета (вибрации при вращении), мосты, стены, полы и потолки зданий и т. д. Особенность таких систем состоит в том, что каждая из них обладает не одной собственной частотой, а целым рядом определенных собственных частот (подробнее см. на стр. 29).

Явления резонанса в таких «сплошных» системах играют очень большую роль в технике.

5. ПРИМЕРЫ РЕЗОНАНСА

В механике чаще всего стремятся избежать резонанса. Если в каком-либо валу, станке, машине возникают вибрации, то при резонансе их амплитуда может достигнуть величины, опасной для прочности материала, и может произойти поломка.

Колебания в зданиях. В 1907 г. в зале заседаний Таврического дворца в Петербурге внезапно обвалилась часть штукатурки. Оказывается над потолком в системе вентиляции установили электродвигатель, частота его оборотов совпала с частотой собственных колебаний потолка (резонанс). При этой частоте вибрации потолка достигли значительной величины и штукатурка обвалилась.

Колебания мостов. В середине прошлого века близ города Анжера, во Франции, по мосту проходил в ногу отряд солдат. Длина моста равнялась 102 *м*, и период его собственных колебаний совпал с периодом шагов шедших в ногу солдат. Получилось явление резонанса. Амплитуда колебаний моста превысила величину, опасную для его прочности, и мост обрушился; при этом погибло 226 чел. Теперь воинским частям запрещается переходить мосты в ногу. Как только солдаты вступают на мост, отдается специальная команда — «отставить ногу».

Вибрации судов. Как и всякая машина, двигатель, установленный на корабле, также может создавать интенсивные вибрации. Это происходит в том случае, когда период толчков двигателя примерно совпадает с периодом колебаний корабля или части его. Корабль ведет себя тогда подобно громадному камертону в сотню и больше метров длины и сотни тысяч тонн весом.

Впервые с этим явлением столкнулись при переходе от парусного флота к паровому. Так, например, при испытании

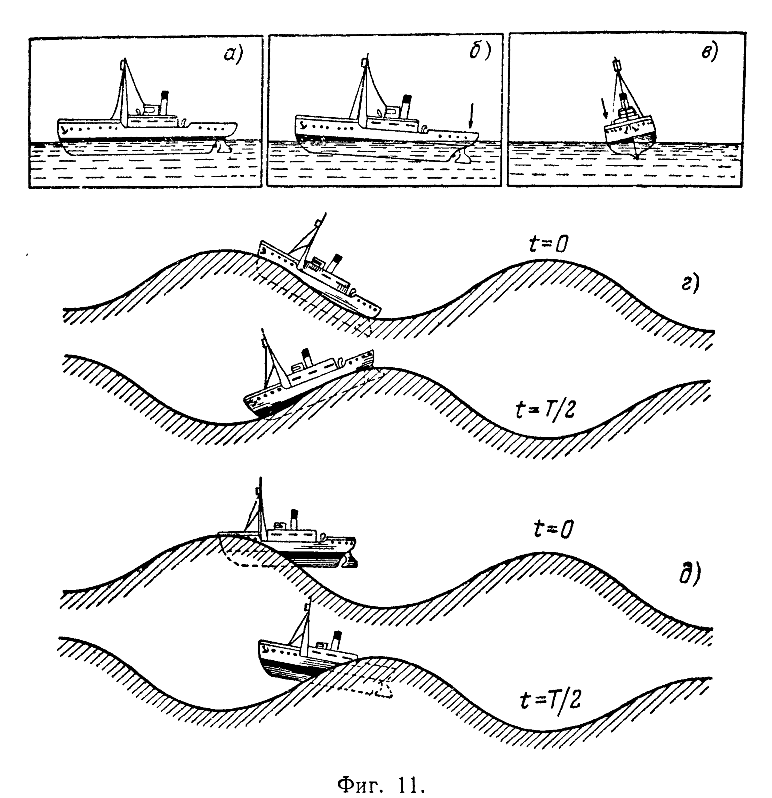
в 1900 г. крейсера «Громобой» и несколько позже миноносца «Баян» на этих кораблях обнаружились во время работы судовой машины настолько сильные вибрации, что не было возможности ни прицеливаться, ни стрелять из орудий, а мина, вложенная в кормовой аппарат, при вибрациях сбила стопора, сама ушла из аппарата и была потеряна. Когда же число оборотов машины уменьшали всего на несколько процентов, вибрации резко снижалась.

В 30-годах был спущен на воду самый быстрый по тому времени французский пароход «Нормандия», один из самых больших в мире. На полном ходу он так сильно вибрировал, что через несколько рейсов его пришлось поставить в док на переделку.

Качка на море. Как мы уже говорили раньше (стр. 15), тело, плавающее на воде, может колебаться. Колебания эти линейные; их частота определяется массой и размерами плавающего тела, а также плотностью воды. Поскольку возможны такого рода свободные колебания плавающего тела, то под действием периодической внешней силы начнутся и вынужденные колебания. Пример вынужденных колебаний плавающего тела—качка корабля под действием набегающих на него волн. В первом приближении корабль на воде есть линейная колебательная система; поэтому для него будут справедливы все те выводы, которые мы уже сделали о вынужденных колебаниях. В частности, будет наблюдаться явление резонанса: если частота набегающих волн совпадет с частотой свободных колебаний корабля, то качка будет особенно сильной.

Качка бывает продольная (фиг. 11,*б*) и поперечная (фиг. 11,*в*). Особо важную роль играют при продольной качке фазовые соотношения. При частоте волн, меньшей собственной частоты продольных колебаний корабля (фиг. 11,*г*), он наклоняется в каждый данный момент в ту же сторону, куда его поворачивает волна. Сдвиг фаз между внешним воздействием (волны) и наклоном корабля при этом меньше $T/4$, что соответствует на фиг. 8 графику *а*. При частоте волн выше его собственной частоты (фиг. 11,*д*) корабль, как и груз на приборе фиг. 6, движется в каждый данный момент почти против внешней силы и наклоняется против волны. Сдвиг фаз больше $T/4$, что соответствует на фиг. 8 графику *б*. При этом нос корабля зарывается в волну, а винты могут оголиться, что весьма опасно.

Полную и последовательную теорию вибраций и качки корабля, рассматривающую их именно как резонансные явления, создал в 1898—1901 гг. академик Алексей Николаевич Крылов. Он указал также способы борьбы с вибрациями и качкой корабля. А. Н. Крылов вообще чрезвычайно много сделал в области линейных колебаний и в частности



Фиг. 11.

резонанса. На протяжении всей своей жизни он занимался разработкой теории колебаний и ее приложений к конкретным техническим вопросам.

Теорией качки корабля для случая малых глубин занимался также знаменитый русский ученый Н. Е. Жуковский.

Микрофонный эффект. Механические колебания звуковой частоты, которые создает громкоговоритель приемника, передаются не только слушателям в виде музыки или речи.

Они могут передаваться также на шасси и на детали приемника как через корпус, так и по воздуху. При этом возникают вынужденные механические колебания электродов ламп, пластин конденсаторов и других деталей. В результате на выходе приемника возникают паразитные шумы, а в некоторых случаях и непрерывный низкочастотный тон (вой).

Это явление получило название **микрофонного эффекта**. Такой эффект особенно значителен в приемниках, в которых мощный громкоговоритель расположен близко к шасси. Однако тут весьма существенна не только величина внешней силы, но и частота звуковых колебаний громкоговорителя. Когда эта частота близка к собственной частоте той или иной детали приемника, вибрации особенно сильны. Поэтому одни тона приемник воспроизводит без искажений, а другие, близкие к частотам колебаний его деталей, сильно искажает (шумы, вой).

Существуют некоторые меры борьбы с микрофонным эффектом: применение специальных ламп с особо жестким креплением электродов; монтаж частей схемы (например, усилителя) на отдельной субпанели, укрепленной на основном шасси приемника с помощью резиновых амортизаторов; защита монтажа от непосредственного воздействия звуковых волн и т. д.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

РЕЗОНАНС В АКУСТИКЕ

1. КОЛЕБАНИЯ СТРУН И ПЛАСТИН

Звук — это механические колебания, распространяющиеся в упругой среде (в жидкости, твердом теле или газе). Звуковые частоты, воспринимаемые нашим ухом, лежат в пределах от 16 и до 20 000 *гц*. Раздел физики, изучающий звук, носит название акустики. Поскольку звук представляет собой колебания, явление резонанса играет существенную роль также и в акустике.

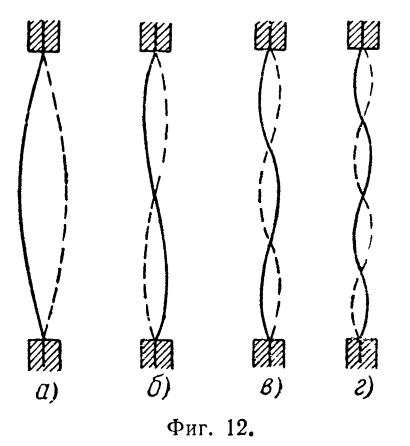
Начнем с простейшего примера. Натянем между двумя колками гитарную струну и слегка ударим по ней; струна зазвучит каким-то тоном. Ударим сильнее; струна зазвучит громче, но тон (частота колебаний) останется прежним. Струна — линейная система и характеризуется собственными колебаниями определенной частоты. Как и в случае

шарика на пружинке, собственная частота струны не зависит от амплитуды колебаний, а определяется только свойствами самой струны: ее размерами, материалом и натяжением. Она равна:

$$f_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{P}{ml}},$$

где f_0 — основная частота струны;
l — ее длина;
m — масса;
P — сила, с которой натягивается струна.

Поскольку скрипка, рояль и другие инструменты дают и довольно высокие тона, то эта сила натяжения достигает значительной величины. Так, общая сила натяжения четырех струн скрипки достигает 28 *кг*. Для рояля с его большим количеством струн сила P еще больше: рояль несет нагрузку от 10 до 18 *т* (грузоподъемность товарного вагона!), поэтому в нем применяются массивные стальные конструкции.

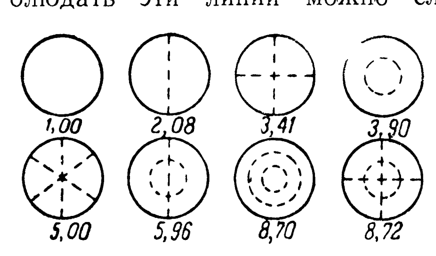


Фиг. 12.

Меняя натяжение, можно изменять тон струны — настроить ее. Однако струна обладает важной особенностью. Если шарик на пружинке может совершать колебания только одного типа (верхняя точка пружины закреплена, а все остальные точки системы колеблются и притом вместе), то струна может колебаться еще многими другими способами, имея не только 2, но и 3, 4, 5 и т. д. неподвижных точек, как это показано на фиг. 12,*а*, *б*, *в* и *г*. Все эти колебания называются н о р м а л ь н ы м и к о л е б а н и я м и. Их частоты, называемые о б е р т о н а м и, в целое число раз больше частоты основного тона; они равны $2f_0$, $3f_0$, $4f_0$ и т. д. Обычно струна колеблется своим основным колебанием (фиг. 12,*а*), но можно возбудить и обертоны, что зависит от способа возбуждения струны.

Эта особенность (наличие обертонов) характерна для всех систем с распределенными постоянными: все они обла-

дают не одной собственной частотой, а целым их набором. Таковы, например, различные упругие пластинки и мембраны, широко применяемые в радиотехнике (в телефонных трубках, микрофонах, громкоговорителях и т. д.). Если колебания струны различаются по числу неподвижных точек (такие точки называют узловыми точками или узлами), то в пластинках могут оставаться неподвижными во время колебаний уже целые линии (узловые линии). Наблюдать эти линии можно следующим путем. Зажмем с краев круглую стальную пластинку (типа телефонной) и установим ее горизонтально; под ней поместим электромагнит с питанием от генератора переменного тока. Сверху посыплем пластинку мелким песком. Тогда вдоль узловых линий песок останется лежать, а с колеблющихся частей пластинки его сдует, и мы увидим во время колебаний пластинки «песчаные» узловые линии. При повышении числа оборотов генератора, и стало быть, и частоты переменного тока в электромагните в пластинке будет возбуждаться уже не основной тон, когда она колеблется, как целое, а соответствующие обертоны. Будут возбуждаться, однако, не все обертоны, а лишь некоторые из них (какие — это зависит также от того, в каком месте пластинки приложена внешняя сила).



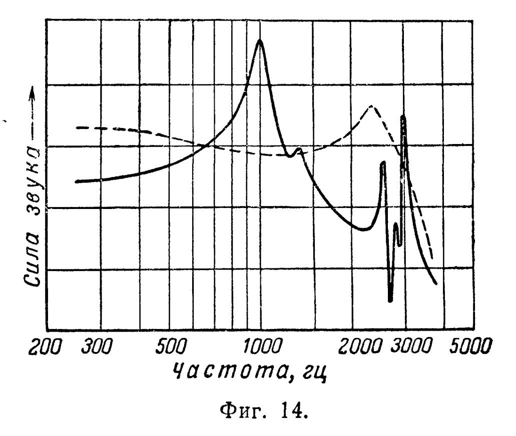
Фиг. 13.

На фиг. 13 пунктиром показаны узловые линии при нормальных колебаниях пластинки; цифры под фигурой — отношение частоты обертона к основной частоте пластинки.

Основная частота круглой пластинки зависит, как и для всякой линейной ситемы, от ее упругости, массы и размеров, причем зависимость эта носит такой же характер, как и в простейшем случае шарика на пружинке. Собственная частота пластинки, как и других систем с распределенными постоянными, тем выше, чем больше ее упругость и меньше масса.

Когда частота внешней силы достигает частоты основного тона, на резонансной кривой появляется первый, самый высокий максимум, затем кривая идет вниз, при частоте

первого обертона наблюдается второй максимум, несколько меньший, и т. д. На фиг. 14 изображена полученная на опыте частотная характеристика (резонансная кривая) обычных радиотелефонных трубок. Из фиг. 14 видно, насколько неудовлетворительна частотная характеристика общеупотребительных телефонных трубок, выделяющих лишь узкие полосы частот, тогда как для хорошего воспроизведения звука требуется равномерная передача значительной области звуковых частот (до 12 000 *гц* для музыки и до 5 000 *гц* для речи). Пунктиром показана на той же фиг. 14 частотная характеристика усовершенствованных трубок, построенных на основании теоретического расчета резонансной кривой.



Фиг. 14.

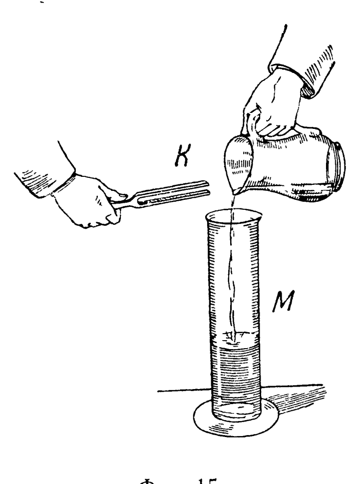
Струна и другие сплошные системы характеризуются не только большим числом нормальных колебаний и сложной формой частотной характеристики, они обладают еще одной существенной особенностью. Их вынужденные колебания зависят также и от того, в какой точке струны, пластинки и т. д. эта сила приложена.

Пусть, например, внешняя сила частоты $2f_0$ приложена на расстоянии $^1/_4$ длины струны от ее закрепленного конца (f_0 — основной тон). Частота $2f_0$ есть собственная частота второго нормального колебания (фиг. 12,*б*), поэтому наступит резонанс. Колебания струны (их форма показана на фиг. 12,*б*) достигнут значительной амплитуды. Сместим теперь точку приложения силы на середину струны. При колебаниях с частотой $2f_0$ средняя точка струны неподвижна (фиг. 12,*б*). Поскольку внешняя сила приложена теперь в неподвижной точке, то никакой работы она не совершает и энергию струне не передает. При резонансе внешняя сила всегда затрачивает работу на преодоление трения.

В данном случае внешняя сила работы не совершает и совершать не может. Следовательно, резонанс не наступит, амплитуда колебаний нарастать не будет.

Таким образом, дополнительное условие резонанса для сплошных систем гласит: внешняя сила соответствующей частоты не должна быть приложена в узловой точке данного нормального колебания.

Определенной упругостью при сжатии обладают не только твердые тела, но и газы, хотя сжимаются они значительно легче. При сжатии повышается их давление, т. е. появляется сила, противодействующая сжатию, хотя и иной природы, чем в твердых телах. Поскольку есть возвращающая сила, то возможны и колебания. Объем воздуха любой формы представляет собой систему с распределенными постоянными, и в такой системе возможны колебания определенных собственных частот. Если у струны колебания различались узловыми точками, у пластины—узловыми линиями, то свободные колебания в столбе воздуха различаются уже узловыми плоскостями или узловыми поверхностями. Точно так же, как и шарик на пружине или струна и пластинка, всякий замкнутый объем воздуха имеет определенную резонансную кривую. В резонансных его свойствах можно убедиться следующим простым опытом (фиг. 15). К пустой мензурке *М* поднесем звучащий камертон *К*; мы услышим звук камертона немного усиленным. Начнем теперь понемногу, тонкой струей подливать в мензурку воду.



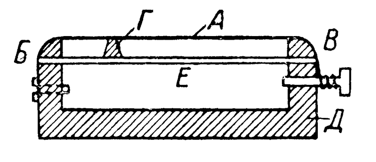
Фиг. 15.

Высота воздушного столба в мензурке будет постепенно уменьшаться. Громкость слышимого нами звука будет при этом постепенно увеличиваться, достигнет своей максимальной величины, а затем станет плавно убывать. Столб воздуха в мензурке, соответствующий максимальной громкости звука, обладает такой же собственной частотой, что и звучащий камертон; мы наблюдаем здесь явление резонанса.

2. РЕЗОНАНС В МУЗЫКАЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТАХ

Явление резонанса широко используется в большинстве музыкальных инструментов. Если натянуть между двумя колками струну и ударить по ней, то струна зазвучит, но очень слабо. Укрепив эту струну на гитаре, мы услышим при той же силе ударов более громкий звук. Стало быть, корпус гитары заметно влияет на громкость ее звучания. В чем тут дело? Для ответа на этот вопрос разберем, как колебания струны превращаются в звуковые колебания воздуха.

Для примера выберем скрипку. На фиг. 16 показано, как связаны между собой струны и корпус скрипки. Колебания струны *А* как в местах ее закрепления *Б* и *В*, так и через специальную подпорку *Г* передаются корпусу *Д*, образующему сложную систему с большим числом собственных частот. Колебаться может, например, верхняя крышка *Е* (вверх — вниз), причем ее колебания различаются, как и в случае круглой пластинки, по числу и расположению узловых линий. Могут колебаться боковые стенки (при своих колебаниях струна то стягивает верхние концы боковых стенок, то их отпускает) и т. д. Колебания корпуса передаются окружающему воздуху и звук получается гораздо громче, чем от одной только струны.



Фиг. 16.

Всякую линейную колебательную систему можно еще назвать р е з о н а т о р о м: она резонирует на определенные частоты, равные ее собственным частотам. Можно сказать, что корпус скрипки образует собой резонатор, другой резонатор образует собой столб воздуха, заключенный в ее корпусе. Этот объем воздуха также обладает некоторым набором собственных частот и, стало быть, определенной резонансной кривой. Каждая нота, каждый тон звучащей струны попадает на определенное место резонансных кривых корпуса и воздушного слоя в нем, разные тона попадают в разные участки резонансной кривой — одни ближе к максимуму, другие — дальше и потому колебания разных частот имеют разную амплитуду. Так, корпус влияет на соотношение колебаний различных частот в звуке, в разной степени выделяя различные тона. Во всех скрипках струны

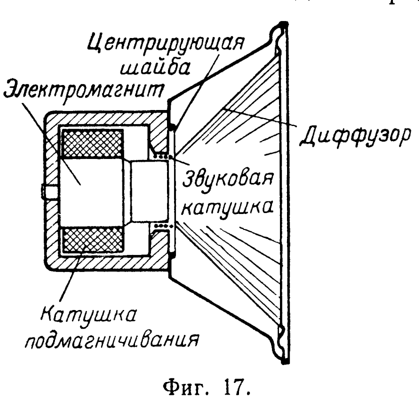
почти одинаковы, а звучат скрипки по-разному, и это в значительной мере зависит от формы, размеров и материала корпуса.

Заметим, что и тут выполняется основное соотношение: собственная частота системы тем выше, чем больше упругость и меньше масса. Скрипка рассчитана на более высокие звуки, звуки большей частоты, контрабас на низкие тона и, в частности, поэтому струны и корпус у контрабаса значительно больше и массивнее, чем у скрипки.

В духовых инструментах резонатором служит уже не корпус, а заключенный внутри них столб воздуха. Меняя его длину, музыкант настраивает свой инструмент на тот или иной тон. Например, при игре на флейте музыкант поочередно нажимает то один, то другой клапан. При этом в том или ином месте корпуса флейты получается отверстие, и длину воздушного столба нужно считать уже не до конца флейты, а до этого отверстия. Поскольку меняется длина резонирующего столба воздуха, меняется и собственная его частота, а с ней и тон, издаваемый флейтой.

3. ГРОМКОГОВОРИТЕЛЬ

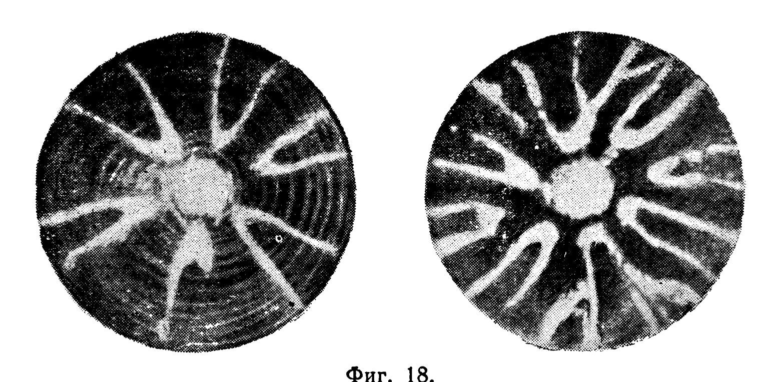
В музыкальных инструментах резонатор (корпус, воздушный столб) выделяет лишь определенный диапазон частот. Сложнее обстоит дело в радиоприемниках, где громкоговоритель должен равномерно усиливать все (или почти все) звуковые частоты, иначе он исказит принимаемый звук. В радиовещательных приемниках чаще всего применяется конусный электродинамический громкоговоритель (фиг. 17). В магнитном поле сильных электромагнитов или постоянных магнитов помещена легкая катушка, питаемая электрическим током звуковой частоты. Эти токи взаимодействуют с магнитным полем, в которое помещена катушка, и заставляют ее колебаться; к катушке прикреплен бумажный диффузор.



Фиг. 17.

Диффузор может, во-первых, колебаться, как целое; это бубут колебания основной частоты. Далее, как и круглая пластинка на фиг. 13, диффузор может колебаться и с более высокими частотами. На фиг. 18 показано полученное на опыте распределение узловых линий для нескольких типов колебаний диффузора (снято М. С. Анциферовым с помощью порошка талька).

Частотная характеристика электродинамического громкоговорителя имеет несколько резонансных максимумов, соответствующих разным обертонам (фиг. 19).



Фиг. 18.

Для шарика на пружинке частота собственных колебаний.

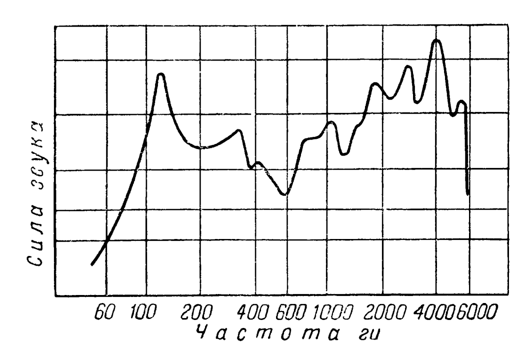
$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}};$$

для более сложной системы, какой является колеблющийся диффузор, частота зависит от размеров, упругости и массы диффузора. Но характер зависимости один и тот же как для шарика, так и для диффузора: чем больше масса и размеры диффузора, тем ниже его основная резонансная частота, тем лучше он передает низкие частоты. Поэтому в приемниках первого класса ставят иногда два громкоговорителя: один — большой — для низких частот, другой — маленький — специально для высоких частот. Оба эти диффузора (большой и малый) можно объединить в одну конструкцию с общей магнитной системой. Такой комбиниро-

ванный громкоговоритель равномерно воспроизводит полосу частот от 60 до 14 000 *гц*.

В воспроизведении приемником звука существенную роль играет и корпус приемника. Корпус вместе с заключенным в нем объемом воздуха является резонатором и выделяет определенный диапазон частот—собственных частот. Чем больше масса и размеры корпуса приемника, тем ниже его собственная частота. Не случайно приемники с массивным деревянным корпусом больших размеров лучше передают низкие тона, чем маленькие приемники; их тон — чистый и глубокий.

Но корпус приемника не только резонирует на колебания звуковой частоты. Очень важна и другая его роль — роль барьера между пространством перед диффузором и пространством позади него. Когда диффузор колеблется, то, двигаясь вперед, он вызывает впереди себя сжатие воздуха, а позади — разрежение. Двигаясь назад, он, наоборот, создает впереди разрежение, а позади — сжатие. В воздухе всегда происходит выравнивание давлений—сжатый воздух устремляется туда, где образовалось разрежение (в обход диффузора). Это выравнивание давлений происходит очень быстро, со скоростью звука; таким путем сжатие и разрежение воздуха, создаваемые диффузором, в значительной мере компенсируются. Если бы сжатый воздух двигался значительно быстрее диффузора и, стало быть, давление впереди и позади диффузора успевало бы выравниваться, в окружающую среду и в наше ухо никаких упругих волн не попадало, диффузор только перекачивал бы воздух с одной своей стороны на другую. Звуковые волны распространяются в окружающее пространство именно потому, что давление впереди и позади диффузора не успевает выравниваться, и это перекачивание воздуха происходит неполностью.



Фиг. 19.

Передняя стенка приемника, в вырезе которой укреплен диффузор, мешает этому выравниванию и тем усиливает звук. Выражение «усиливает звук» не совсем точно. Никакой добавочной звуковой энергии стенка приемника не дает, но зато она так перераспределяет звуковые волны, что звук становится громче: добавочную энергию дает диффузор.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ И МАГНИТНАЯ ЭНЕРГИЯ

Заряженный конденсатор обладает электрической энергией. Если прикоснуться пальцами к выводам заряженного конденсатора, то вас «ударит» током, и тем сильнее, чем больше емкость и напряжение конденсатора. Разряд конденсатора при напряжении 100—200 *в* особых последствий, кроме испуга и неприятного ощущения, не вызовет, но высокие напряжения (1 000 *в* и выше) опасны для организма.

Нетрудно понять, откуда берется эта энергия. При заряде батарея переносит отрицательные заряды с положительно заряженной пластины конденсатора на отрицательную. В результате на положительной пластине увеличивается положительный заряд, а на отрицательной — отрицательный, и конденсатор заряжается. Но, как известно, одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются. Поэтому, чтобы отнять отрицательные заряды у положительно заряженной пластины, зарядная батарея должна произвести некоторую работу. Но этого мало, еще какую-то работу батарея должна произвести и для того, чтобы переместить эти заряды на отрицательно заряженную пластину (одноименные заряды отталкиваются).

Итак, разделяя и перенося заряды — положительные на одну пластину конденсатора, отрицательные — на другую, батарея совершает работу. Эта работа идет на увеличение энергии положения зарядов, их потенциальной энергии. Действительно, разделенные заряды обладают теперь некоторой энергией, которой они обязаны именно своим положением: они притягиваются друг к другу и при замыкании между собой разноименных пластин конденсатора совершают работу, создавая электрический ток. Заряженный конденсатор напоминает в этом отношении сжатую пружину: сжимая пружину, мы производим работу и сообщаем тем

самым пружине потенциальную энергию; заряжая конденсатор, батарея тоже сообщает ему электрическую потенциальную энергию, энергию положения зарядов. Отпустим пружину — после нескольких колебаний она снова примет первоначальную длину, такую же, как и до сжатия. Соединим проводником обкладки заряженного конденсатора — он разрядится и его энергия перейдет в энергию разрядного тока.

Когда электрические заряды движутся, они создают тем самым электрический ток. А как известно, всякий электрический ток создает вокруг себя магнитное поле. Магнитное поле обладает определенной энергией: оно может совершать механическую работу (например, в электромагните). Если электрическую энергию можно сравнить с потенциальной энергией, то магнитную следовало бы сравнить с кинетической: ее причина — движение зарядов (электрический ток).

Магнитная энергия катушки, по которой течет ток I, равна:

$$W_{магн} = \frac{LI^2}{2},$$

где L — постоянная для каждой данной катушки величина, называемая и н д у к т и в н о с т ь ю, или к о э ф ф и ц и е н т о м с а м о и н д у к ц и и катушки.

Разберем подробнее, какую роль играет самоиндукция катушки.

В механике тело не сразу приобретает скорость и кинетическую энергию. Чтобы изменить скорость тела, внешняя сила должна действовать на него достаточно долгое время, которое зависит от величины внешней силы и от массы (инертности) тела.

Аналогично и в электрической цепи ток через катушку не сразу достигает максимума: чтобы ток изменился от нуля до некоторого своего значения, внешняя сила (напряжение) должна действовать конечное время. Эта инерция электрического тока вытекает из явления самоиндукции. Напомним существо этого явления. Известный закон электромагнитной индукции гласит, что всякое изменение магнитного поля вокруг проводника вызывает появление в этом проводнике электродвижущей силы (сокращенно э. д. с.). Когда ток в катушке уменьшается (или увеличивается), то уменьшается (или увеличивается) и созданное им магнитное поле. При изменении поля в проводнике наводится э. д. с. индукции. Поскольку в данном случае э. д. с. возникает в том самом

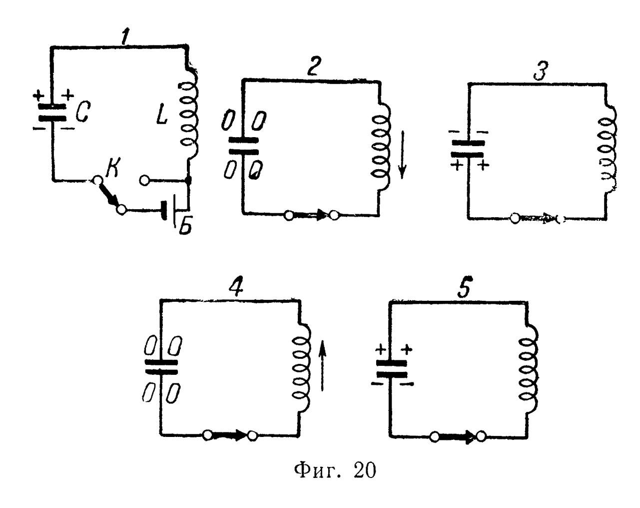
проводнике, который создает магнитное поле, то тут ее называют э. д. с. самоиндукции. Электродвижущая сила самоиндукции направлена таким образом, что она противодействует изменению тока, которое ее вызвало. Если ток в катушке уменьшается, то э. д. с. самоиндукции направлена в ту же сторону, что и ток, и стремится, таким образом, поддержать ток, не дать ему упасть. Если ток в катушке увеличивается, то э. д. с. самоиндукции направлена против тока и стремится его уменьшить. В конце концов, ток под влиянием внешней э. д. с. (батарея, динамомашина), конечно, увеличивается (или при размыкании — падает) вопреки мешающему действию э. д. с. самоиндукции. Но это изменение тока происходит не мгновенно, а в течение некоторого времени, тем большего, чем значительнее самоиндукция цепи.

Между самоиндукцией в электротехнике и инертностью в механике есть некоторое внешнее сходство. Однако по существу своему это совершенно разные явления. Инерция, масса в механике — это свойство каждого отдельного тела; изменить массу, не разрушая тела, мы не можем. Напротив, самоиндукция — это свойство «коллектива электронов» — всего электрического тока. Можно увеличивать или уменьшать коэффициент самоиндукции, меняя форму проводника (наматывая, например, катушку с разным числом витков, разного диаметра и т. д.). Однако, несмотря на различный физический смысл коэффициента самоиндукции и массы, при изменении силы тока коэффициент самоиндукции играет такую же роль, какую играет масса при изменении скорости.

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Простейший пример электрических колебаний — электрические колебания в контуре, состоящем из конденсатора емкостью C и катушки с индуктивностью L (фиг. 20). В положении равновесия заряд конденсатора равен нулю, тока нет. Выведем теперь нашу систему из положения равновесия, т. е. сообщим конденсатору электрический заряд например, с помощью батареи $Б$ (положение I), которую затем отключим. В механических колебаниях мы начали с превращений энергии из одной ее формы в другую — из потенциальной в кинетическую. Рассмотрим таким же путем и электрические колебания и прежде всего зададим себе следующий вопрос: какую энергию сообщит батарея конденсатору и какие превращения произойдут с этой энергией.

Для того чтобы сообщить конденсатору, емкость которого равна C, электрический заряд q, нужно приложить напряжение $U = q/C$. Оно связано с q линейной зависимостью: во сколько раз больше заряд q, во столько же раз должно быть больше и напряжение U. Коэффициентом пропорциональности служит дробь $1/C$. Напряжение мы можем сравнить с силой в механике, заряд q — со смещением s, тогда дробь $1/C$ будет играть роль



Фиг. 20

коэффициента упругости k. Рассуждая так же, как и на стр. 6, можно вывести формулу для энергии заряженного конденсатора

$$W_{эл} = \frac{q^2}{2C}.$$

Такую работу совершит батарея, заряжая конденсатор. Эта работа пошла на увеличение электрической энергии конденсатора.

Отпустим теперь нашу систему, для этого замкнем ключ на катушку; конденсатор начнет разряжаться через катушку — система будет приближаться к состоянию равновесия. В начальный момент сила тока равна нулю, но непрерывно действующее напряжение постепенно увеличивает силу тока. Когда конденсатор полностью разрядится (положение 2, на фиг. 20, $t_2 = T/4$), сила тока I достигнет своего наибольшего значения (стрелкой показано на фиг. 20 направ-

ление тока). В этот момент электрическая энергия равна нулю, зато магнитная энергия достигает максимума. Электрическая энергия конденсатора полностью переходит в магнитную энергию катушки

$$\frac{q^2}{2C} = \frac{LI^2}{2}.$$

В этот момент напряжение равно нулю, поэтому, не будь самоиндукции, ток должен был бы прекратиться. Но самоиндукция, как уже было сказано, препятствует мгновенному исчезновению тока, и ток течет все в том же направлении, лишь постепенно уменьшаясь по величине (направление э. д. с. самоиндукции и создаваемого ею тока показано на фиг. 20 стрелкой). При этом он заряжает конденсатор, но в обратном направлении, и магнитная энергия тока полностью переходит в электрическую энергию конденсатора (положение *3* на фиг. 20, $t_3=T/2$). Затем конденсатор начинает разряжаться, по цепи течет ток, но уже в обратном направлении, ток этот достигает своего максимума (положение *4* на фиг. 20, $t=3T/4$) и опять сообщает конденсатору заряд q.

Полный цикл колебаний закончился, система вернулась в первоначальное положение. Далее весь процесс повторяется.

Колебательный контур, составленный из емкости и индуктивности,—линейная система (см. стр. 14). Для него выполняются все три условия, при которых мы называем систему линейной. Всзвращающая сила (напряжение на конденсаторе U_C) линейно зависит от отклонения (т. е. от заряда на конденсаторе: $U_C=q/C$), индуктивность L постоянна, а сила трения (напряжение на сопротивлении R) линейно зависит от скорости (т. е. от силы тока: по закону Ома $U_R=IR$). Поэтому для электрических колебаний в контуре справедливы такие же законы, что и для механических колебаний груза на пружине—законы, общие для всех линейных систем Все, что выводилось для шарика, справедливо и для контура, только роль массы играет теперь индуктивность, роль гибкости пружины—электрическая емкость C, роль силы—электрическое напряжение и т. д. Стало быть, свободные электрические колебания в контуре на фиг. 20 обладают следующими свойствами:

1. Это синусоидальные колебания (если же учесть трение, то затухающие).

2. Их частота не зависит от амплитуды.

3. Частота определяется свойствами самой системы и равна:

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{C}\cdot\frac{1}{L}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \qquad (2)$$

Эта формула аналогична формуле (1) на стр. 11 для частоты механических колебаний. Роль массы груза играет индуктивность катушки, роль коэффициента упругости k—величина $\frac{1}{C}$. Емкость C соответствует $1/k$, т. е. гибкости пружины.

Период колебаний $T=1/f$ и равен поэтому

$$T=2\pi\sqrt{LC}. \qquad (3)$$

Таблица 2

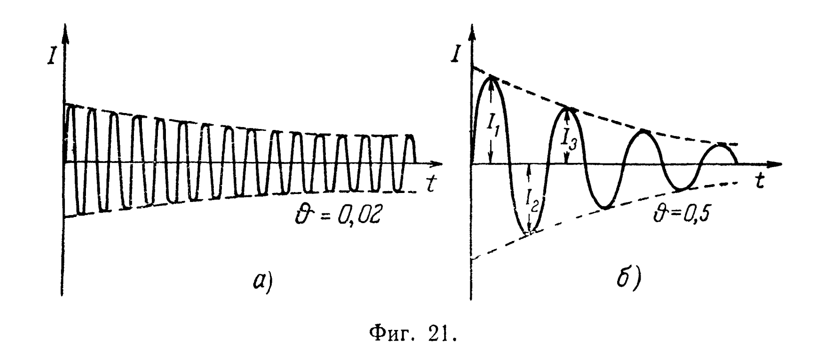
Механические колебания	Электрические колебания
Смещение s	Заряд q
Скорость v	Сила тока i
Масса m	Индуктивность L
Коэффициент упругости k	$\frac{1}{C}$
Гибкость $\frac{1}{k}$	Емкость C
Упругая сила $F=-ks$	Напряжение на конденсаторе $U_c=\frac{1}{C}\cdot q$
Потенциальная энергия $U_0=\frac{ks_0^2}{2}$	Электрическая энергия $W_{эл}=\frac{q^2}{2C}$
Кинетическая энергия $W_{кин}=\frac{mv^2}{2}$	Магнитная энергия $W_{магн}=\frac{LI^2}{2}$
Коэффициент трения μ	Сопротивление R
Период $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	Период $T=2\pi\sqrt{LC}$
Частота $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$	Частота $f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Если C выражено в фарадах, L—в генри, тогда T получается в секундах.

Сопоставим между собой в табл. 2 величины, играющие одинаковую роль соответственно в механических и электрических колебаниях.

3. ПОТЕРИ И ЗАТУХАНИЕ

В контуре всегда есть некоторое сопротивление (например, отдельное сопротивление R или сопротивление проволоки катушки индуктивности). Проходя по проводнику с сопротивлением R, ток нагревает его, и часть энергии тока переходит в тепло ($Q = I^2Rt$—джоулево тепло). Поэтому запас колебательной энергии в контуре



Фиг. 21.

все уменьшается, и амплитуда колебаний постепенно убывает. При не слишком большом затухании график затухающих колебаний похож на график колебаний незатухающих, гармонических, только максимумы кривой идут все ниже и ниже (фиг. 21,*а*).

Уменьшение запаса электромагнитной энергии в контуре приводит, таким образом, к затуханию колебаний. Затухание оценивается обычно одной из трех величин: постоянной затухания α, логарифмическим декрементом ϑ или качеством контура Q. Постоянной затухания называется отношение $\frac{R}{2L}$; оно показывает, насколько уменьшается амплитуда колебаний за секунду. Чем больше R, больше потери, тем больше α и колебания затухают

быстрее. **Логарифмическим декрементом** колебаний называется отношение

$$\frac{I_1 - I_3}{I_3},$$

т. е. относительное уменьшение амплитуды за один период (фиг. 21, *б*). Логарифмический декремент показывает, на какую долю уменьшилась амплитуда колебаний за один период.

Для читателей, знакомых с логарифмами, заметим, что приведенное выше определение неточно. Точное определение следующее: логарифмическим декрементом называется натуральный логарифм отношения двух последовательных амплитуд одного знака:

$$\ln\frac{I_1}{I_3}.$$

При малом логарифмическом декременте (меньше 0,1) можно приближенно считать, что

$$\ln\frac{I_1}{I_3} \approx \frac{I_1 - I_3}{I_2}.$$

Обозначается логарифмический декремент греческой буквой ϑ—тэта. На фиг. 21 показано затухание свободных колебаний при $\vartheta = 0{,}02$ и $\vartheta = 0{,}5$.

Теория и опыт показывают, что если падение напряжения на сопротивлении пропорционально току, т. е. проводник подчиняется закону Ома $U_R = iR$, то логарифмический декремент—величина постоянная и не зависит от того, по какой паре соседних амплитуд его вычислили: по первой и третьей, пятой и седьмой, шестой и восьмой и т. д. В механических системах логарифмический декремент постоянен соответственно в тех случаях, когда трение пропорционально скорости.

Приведем без доказательства (оно потребовало бы сложных математических выкладок) следующую важную формулу:

$$\vartheta = aT = \frac{R}{2L}T \tag{4}$$

или, подставляя вместо периода его выражение $T = 2\pi \sqrt{LC}$,

$$\vartheta = \frac{R}{2L} 2\pi \sqrt{LC} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \qquad (5)$$

Здесь сопротивление выражено в омах, индуктивность— в генри, емкость—в фарадах.

Эта формула поможет нам не только вычислить логарифмический декремент, но и выяснить физический смысл этой величины. Колебательная энергия (т. е. энергия контура, переходящая попеременно из энергии магнитного поля в энергию электрического поля и обратно) равна $CU_c^2/2 = LI^2/2$. Посмотрим, как выражается энергия потерь. Постоянный ток i_0 выделяет в проводнике количество тепла $i_0^2 Rt$ (закон Ленца-Джоуля). В колебательном контуре ток не постоянный, а переменный; поэтому за ток i_0 надо взять некоторый ток, конечно, меньший максимального тока I (I—амплитуда тока). Расчет показывает, что такой средний или, как говорят, эффективный ток $I_{эф}$ равен $I/\sqrt{2}$. Так что переменный ток с амплитудным значением I выделяет за полпериода в проводнике сопротивлением R количество тепла

$$\frac{1}{2} I^2 R \cdot \frac{T}{2}.$$

Поделив величину потерь за полпериода на всю колебательную энергию в контуре $LI^2/2$, получим:

$$\frac{\frac{1}{2} I^2 R \frac{T}{2}}{\frac{LI^2}{2}} = \frac{RT}{2L} = \alpha T = \vartheta,$$

т. е. как раз логарифмический декремент.

Итак, логарифмический декремент показывает, какая доля энергии контура расходуется за полпериода в активном сопротивлении (и переходит при этом в тепловую энергию). Заметим, что это положение справедливо лишь при малых ϑ, скажем, меньше 0,5. Однако в радиоконтурах ϑ никогда не достигает 0,5; логарифмический декремент 0,3÷0,5 (фиг. 21,*б*) встречается лишь при колебаниях тел в очень вязкой среде (масло, глицерин и т. д.).

Качеством контура Q называется величина: $Q = \pi/\vartheta$ (напомним, π — постоянное число, равное 3,14). Q есть величина, обратная логарифмическому декременту: чем больше декремент, тем ниже качество контура. Для хорошего радиоконтура Q составляет 200—500, для среднего 50—200 и для плохого — меньше 50.

Если логарифмический декремент показывает, какую долю составляют потери к общей, полезной колебательной энергии, то качество контура Q, наоборот, показывает нам, во сколько раз полезная энергия больше потерь за полпериода. Действительно,

$$\pi \frac{\frac{LI^2}{2}}{\frac{1}{2} I^2 R \frac{T}{2}} = \frac{2\pi L}{RT} = \frac{\pi}{\frac{R}{2L} T} = \frac{\pi}{\alpha T} = \frac{\pi}{\vartheta} = Q$$

(эти соотношения справедливы также лишь при малом затухании).

Разбирая механические затухающие колебания (маятник, магнитная стрелка, колебания жидкости в сообщающихся сосудах), мы умели определять их частоту, но о затухании говорили лишь общими словами: колебания затухают и тем сильнее, чем больше трение. На примере электрических колебаний мы показали, каким путем оценить затухание (по логарифмическому декременту) и от каких величин затухание зависит (формула $\vartheta = \pi R \sqrt{C/L}$. В любой другой системе декремент так же зависит от ее свойств. Например, для системы груз — пружина индуктивность заменяем в формуле (5) массой, емкость — гибкостью $1/k$ и получаем:

$$\vartheta = \pi \mu \sqrt{\frac{1}{mk}},$$

где μ — коэффициет трения.

Пользуясь этим соотношением, можно заранее по известным свойствам самих колеблющихся тел (массе, упругости, коэффициенту трения) предсказать, насколько быстро будут затухать их свободные колебания.

Свободные колебания встречаются в природе и технике очень часто: любая система тел, способная колебаться, если на нее воздействовать какой-нибудь силой,

не сразу примет новое положение равновесия, а прежде совершит несколько колебаний. Положим компас на стол. Стрелка, прежде чем установиться по направлению магнитного меридиана, совершит несколько колебаний. Другой пример: при изменении числа оборотов динамомашина не сразу дает э. д. с., соответствующую новым оборотам; перед этим ее э. д. с. некоторое время колеблется. Поэтому очень важно иметь общий метод, который позволил бы заранее предсказать, скоро ли установится прибор или машина, насколько быстро будут затухать переходные колебания. Такой общий метод мы выше и описали.

Затухание влияет не только на амплитуду колебаний, но и на их частоту, правда в значительно меньшей степени (см.стр. 12). Для механических колебаний обычно достаточно знать частоту приближенно, с точностью до 1—2%, поэтому влиянием трения на частоту мы пренебрегали. В области электрических колебаний собственную частоту контура надо знать иногда очень точно. В эфире тесно — радиостанций очень много, и если одна из них чуть-чуть изменит частоту, то будет мешать станциям, работающим на соседних частотах. Таким образом, частоту передатчика надо знать очень точно и необходимо учитывать влияние на нее затухания.

Мы уже говорили, что затухание замедляет колебания в контуре, понижая собственную частоту системы. Выразим это количественно. Если собственная частота без учета трения равна f_0, то с учетом трения она равна:

$$f=\sqrt{f_0^2-\frac{\alpha^2}{4\pi^2}}.$$

Величина $2\pi f$ носит название угловой частоты колебаний и обозначается греческой буквой ω—омега. Для угловой частоты с учетом трения из предыдущей формулы получаем:

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}.$$

Пример. Определить собственную частоту и логарифмический декремент колебаний контура со следующими данными: емкость $C = 400$ *мкмкф* $=4\cdot10^{-10}$ *ф*; индуктивность $L=0,1$ *мгн* $=10^{-4}$ *гн*; сопротивление $R=5$ *ом* (сопротивление провода катушки индуктивности).

Сначала подсчитаем f_0 — частоту свободных колебаний без учета трения:

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{6,28\sqrt{10^{-4}\cdot4\cdot10^{-10}}}\approx 796\,000 \text{ гц} = 796 \text{ кгц}.$$

Затем определим ϑ:

$$\vartheta = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} = 3{,}14 \cdot 5 \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-10}}{10^{-4}}} \approx 0{,}0314,$$

т. е. за полпериода в контуре переходит в тепло около 3% колебательной энергии (6% за период).

Качество контура при этом равно:

$$Q = \frac{\pi}{\vartheta} = \frac{3{,}14}{0{,}0314} = 100.$$

Определим теперь, на сколько процентов уменьшит угловую частоту свободных колебаний сопротивление R:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{R^2}{4L^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2}{4L^2 \cdot \omega_0^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}}.$$

При малом a справедливо приближенное равенство $\sqrt{1-a} \approx 1 - \frac{a}{2}$, поэтому

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{R^2 C}{8L}\right).$$

Но

$$\pi R \sqrt{\frac{C}{L}} = \vartheta, \qquad \text{а} \quad R^2 \frac{C}{L} = \frac{\vartheta^2}{\pi^2},$$

откуда

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{\vartheta^2}{8\pi^2}\right) \approx \omega_0 (1 - 0{,}0127\ \vartheta^2).$$

Следовательно,

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = 1{,}27\ \vartheta^2,$$

где $\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$ выражено в процентах.

Эту формулу полезно запомнить.

Подставляя $\vartheta = 0{,}0314$, найдем:

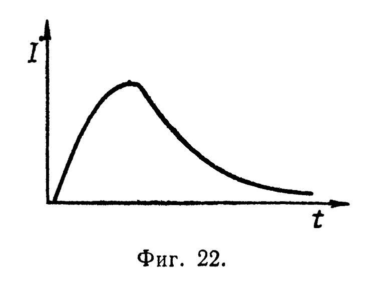
$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{f_0 - f}{f_0} = 1{,}27 \cdot 0{,}00099\% \approx 0{,}00128\%; \ f_0 - f = 8 \ \textit{гц};$$

$$f = (796\,000 - 8) \ \textit{гц} \approx 7{,}96 \cdot 10^5 \ \textit{гц} \approx f_0.$$

Итак, затухание мало влияет на частоту. Даже при сильно затухающих колебаниях, показанных на фиг. 3 и 21,*б* ($\vartheta = 0{,}5$), поправка на затухание составит:

$$\frac{f_0 - f}{f_0} = 1{,}27\vartheta^2\,\% = 1{,}27 \cdot 0{,}25 = 0{,}32\,\% = 0{,}0032.$$

При еще большем затухании, когда потери за полпериода составляют половину и больше всей колебательной энергии, число свободных колебаний системы уменьшается до 1—2. Поскольку с сопротивлением связана теперь значительная доля энергии (потери велики), то оно определяет собой наряду с емкостью и индуктивностью „лицо“ системы, ее свойства. Сопротивление влияет теперь и на форму колебаний—они не синусоидальны—и на их период. Формула (2) уже несправедлива, следует пользоваться точной формулой $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - a^2}$. Затухание может стать настолько велико, что вся электрическая энергия контура перейдет в тепло (i^2Rt) при первом же его разряде и магнитной энергии к концу разряда конденсатора не накопится. Электрические колебания основаны на периодическом переходе электрической энергии в магнитную и обратно. Не накопится к концу разряда магнитной энергии — не будет и колебаний. Конденсатор будет тогда постепенно разряжаться на сопротивление, его энергия перейдет в джоулево тепло (графики напряжения на конденсаторе и тока в контуре показаны на фиг. 22). Такой разряд конденсатора называется апериодическим (непериодическим — греческая приставка „а“ равносильна нашей приставке „не“). Контур со столь большим затуханием тоже называется апериодическим.



Фиг. 22.

Апериодический разряд наступает, если R больше или равно $2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Тогда колебаний не будет и частота $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - a^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ равна нулю или мнимому числу $\left(\text{при } R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \text{ имеем } R^2 = 4\,\frac{L}{C}, \text{ поэтому } \frac{R^2}{4L^2} = \frac{4L}{C} \cdot \frac{1}{4L^2} = \frac{1}{LC}\right)$.

В радиоконтурах, даже самого низкого качества, апериодического разряда бояться не следует—разряд конденсатора всегда будет колебательный. Так, например,

при $C = 400$ *мкмкф* и $L = 0,1$ *мгн* разряд будет апериодическим только при сопротивлениях, больших, чем $R = 2\sqrt{L/C} = 2\sqrt{10^{-4}/4 \cdot 10^{-10}} = 1\,000$ *ом*. При меньших сопротивлениях разряд будет колебательным.

В механических системах при большом трении колебания также переходят в апериодическое движение. Например, в воде и в трансформаторном масле шарик на пружинке будет совершать колебания, а в касторовом масле (очень вязкая жидкость) оттянутый шарик медленно приближается к положению равновесия, не переходя его, а его скорость меняется по тому же закону, что и ток на фиг. 22. Условие апериодического движения: μ (коэффициент трения) больше чем $2\sqrt{mk}$ (по аналогии с $R \geqslant 2\sqrt{L/C}$).

ГЛАВА ПЯТАЯ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС

1. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ И РЕЗОНАНС

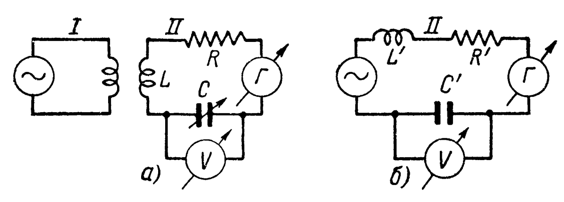
Свободные электрические колебания в контуре из емкости, индуктивности и сопротивления всегда затухают. Для получения незатухающих колебаний необходимо все время пополнять электрическую энергию контура с помощью внешней э. д. с. Тогда в контуре возникнут незатухающие вынужденные колебания; внешняя э. д. с. вынуждает контур к электрическим колебаниям.

Пусть в контур последовательно включен источник э. д. с. и его э. д. с.—гармоническая (т. е. ее зависимость от времени выражается фиг. 2). Какие колебания при этом возникнут, от чего будет зависеть их частота и амплитуда?

На эти вопросы, как и в случае механических колебаний, нам должен ответить опыт. Соберем с этой целью схему, показанную на фиг. 23,*а*. Источником э. д. с. в контуре служит катушка *L*, индуктивно связанная с выходным контуром генератора электрических колебаний. Таким генератором может служить, например, любой ламповый генератор (самодельный генератор, стандарт-сигнал и т. д.). Пусть генератор создает в катушке индуктивности *L* (контур II) некоторую э. д. с. *E*. По отношению к контуру *II* он ведет себя, стало быть, как последовательно включенный источник э. д. с. Поэтому схему

на фиг. 23,*а* можно заменить равносильной ей схемой фиг. 23,*б*.

Последовательно с катушкой в контур включен конденсатор переменной емкости C. Сопротивление R — сопротивление провода, из которого намотана катушка L. Ток в контуре будем измерять гальванометром Γ, а напряжение на конденсаторе ламповым вольтметром V. Поскольку измерить нужно не постоянный ток, а высокочастотные переменные токи, то гальванометр можно выбрать тепловой системы или магнитоэлектрический, но с детектором. Опыт можно вести на любой частоте, но



Фиг. 23.

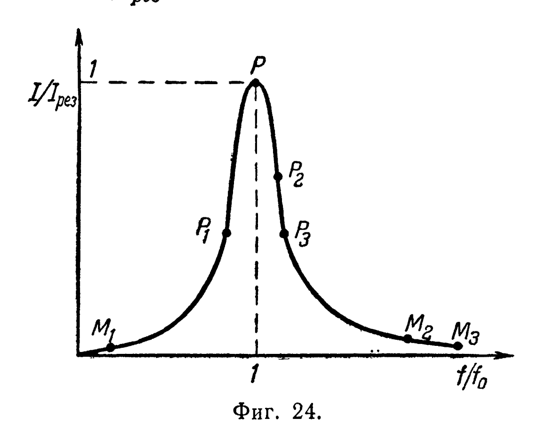
соответственно частоте надо подбирать индуктивность L и емкость C (чтобы возможен был резонанс). Удобнее вести опыт на частотах выше 20—30 *кгц*, где индуктивности и емкости требуются небольшие и их легко подобрать.

При наблюдении механического резонанса мы меняли частоту внешней силы f, а масса и упругость системы, ее собственная частота оставались постоянными (фиг. 6). При исследовании электрического резонанса мы будем, наоборот, менять собственную частоту системы f_0 при постоянной частоте внешней силы f. На форму кривой резонанса это различие в способе наблюдения влиять не должно: амплитуда вынужденных колебаний зависит от отношения частот f/f_0, и совершенно все равно, как было получено это отношение, изменением ли f или изменением f_0. Мы выбрали второй способ из соображений удобства: при изменении частоты генератора в данном случае менялся бы режим работы ламп и соответственно не только частота, но и амплитуда э. д. с. Между тем амплитуда э. д. с. E должна оставаться постоянной вдоль всей резонансной кривой.

Опыт заключается в следующем: меняем емкость конденсатора C и замечаем по гальванометру Γ ток в кон-

туре для каждого значения емкости. Каждой емкости соответствует своя собственная частота контура $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, которая меняется с изменением C. Напротив, частота генератора остается постоянной.

По полученным данным строим резонансную кривую для тока в контуре. По горизонтальной оси будем откладывать для каждого C отношение частоты генератора к частоте контура при этой емкости. По вертикальной оси отложим отношение тока при данной емкости к току при резонансе $I/I_{рез}$.



Фиг. 24.

Кривая, полученная при таком опыте, показана на фиг. 24. Она ничем не отличается от резонансной кривой скоростей на фиг. 7,*б*. Когда собственная частота контура приближается к частоте внешней э. д. с., ток достигает своего максимального значения. При механическом резонансе достигает максимума не только скорость, но и амплитуда отклонения (см. фиг. 7,*а*). Соответственно при электрическом резонансе достигает своего наибольшего значения не только ток, но и заряд, а следовательно, и напряжение на конденсаторе.

Отметим, что резонансная кривая для токов (скоростей) несколько сдвинута вправо относительно резонансной кривой для заряда (смещения). Максимум тока будет при

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \left(\text{или} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}\right),$$

а максимум заряда при

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-2\alpha^2}=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{2L^2}}\quad\left(\text{или}\quad\omega=\sqrt{\frac{k}{m}-\frac{\mu}{2m^2}}\right)$$

(так же и скорость—наибольшая при собственной частоте без учета затухания, а смещение—при частоте, меньшей собственной частоты свободных колебаний). Как мы уже подчеркивали, разница между $\omega=\sqrt{\omega_0^2-2\alpha^2}$ и ω_0 очень невелика, поэтому и разница между обеими кривыми незначительна.

С явлением электрического резонанса мы встречаемся каждый раз при настройке радиоприемника. Поворачивая ручку настройки, мы тем самым изменяем емкость конденсатора, а стало быть, и собственную частоту контура. Когда собственная частота соответствующих контуров приемника совпадает с частотой, на которой работает передающая радиостанция, наступает резонанс. Сила тока в контурах достигает максимума (точка P на фиг. 24) и громкость приема данной радиостанции — наибольшая. В этом и состоит существо настройки. Таким же путем настраиваются на определенную частоту и механические колебательные системы. Например, в опыте с мензуркой и камертоном (фиг. 15) мы настраиваем столб воздуха в мензурке на частоту звучания камертона.

Вдали от резонанса (в точках M_1, M_2 и M_3) резонансная кривая идет довольно полого: при значительном изменении частоты внешней силы (или при сильной расстройке) амплитуда тока в контуре меняется сравнительно мало. Напротив, вблизи резонанса кривая круто поднимается кверху (точки P_1, P_2, P_3 и т. д.): малое изменение частоты внешней э. д. с. (или малая расстройка) влечет за собой резкое уменьшение тока.

При механических колебаниях чаще всего стремятся избежать резонанса и поэтому работают в пологой части кривой (M_1, M_2, M_3 и т. д.). Поскольку на этом участке изменение частоты мало меняет амплитуду вынужденных колебаний, то формой резонансной кривой и влиянием небольших расстроек на амплитуду колебаний в этих случаях обычно не интересуются, а стараются лишь избежать случайного совпадения собственной частоты устройства с частотой внешней силы.

Совсем по-иному обстоит дело в акустике, и особенно в радиотехнике. Здесь резонанс — основа работы передатчика, приемника, музыкальных инструментов и т. д. Работают тут именно на крутой части резонансной кривой (точки P_1, P_2, P_3, и т. д.) и поэтому ее форма играет большую роль. Достаточно очень малого изменения собственной частоты и контур уже расстроен, ток в нем резко падает.

Электрические свойства контура определяются его резонансной кривой. Зная резонансную кривую, мы можем заранее сказать, какой амплитуды достигнут колебания при самой точной настройке (точка P) и как повлияет на ток в контуре изменение емкости, индуктивности и активного сопротивления. Поставим поэтому своей задачей построить по данным контура (емкости, индуктивности и сопротивлению) его резонансную кривую. Научившись это делать, мы сможем заранее представить, как себя будет вести контур с любыми значениями L, C и R в самых различных радиосхемах, предсказать электрические свойства этого контура. Сначала разберем роль емкости, индуктивности и сопротивления в отдельности, а затем уже и всех трех вместе.

2. РОЛЬ ЕМКОСТИ

Представим себе цепь из генератора переменного тока частоты f и конденсатора емкости C. Электродвижущая сила генератора равна U_0. Если бы генератор давал не переменное, а постоянное напряжение, то в цепи тока не было бы; конденсатор постоянного тока не пропускает. Поскольку ток переменный, конденсатор то заряжается, то разряжается через генератор и в цепи течет ток; одну половину периода ток течет из генератора в конденсатор (заряд), другие полпериода — из конденсатора в генератор (разрядный ток). Вспомним пример из механики. Конденсатору в механике соответствует пружина, току — скорость конца пружины. Если сжимать и разжимать пружину переменной силой, то полпериода скорость ее конца направлена к нам, другие полпериода — от нас.

Сила разрядного тока, который способен дать конденсатор C, равна его заряду $q = CU$, поделенному на время разряда $T/2$: $i = \frac{q}{T/2} = 2CUf$. Мы приняли тут, что заряд

меняется равномерно и разрядный ток все время одинаковый. Это, однако, не так: напряжение генератора U меняется по гармоническому закону от 0 до U_0, потому заряд конденсатора q и ток в цепи меняются тоже по гармоническому закону от 0 до q_0 и I_0, т. е. ток непостоянен. Как показывает точный расчет, учесть непостоянство разрядного тока нужно дополнительным множителем $\pi = 3{,}14$. Точная формула имеет вид:

$$I_0 = 2\pi fC \cdot U_0.$$

Ток тем больше, чем больше емкость и частота внешней э. д. с. На языке механики это звучит так: скорость незакрепленного конца пружины, к которому приложена внешняя сила, тем больше, чем более гибкая пружина (меньше ее упругость k) и чем больше частота внешней силы. Влияние частоты вполне очевидно: скорость есть путь, поделенный на время. Чем меньше время одного колебания (а оно равно половине периода), тем больше скорость, тем быстрее должен двигаться свободный конец пружины, чтобы успеть совершить колебание.

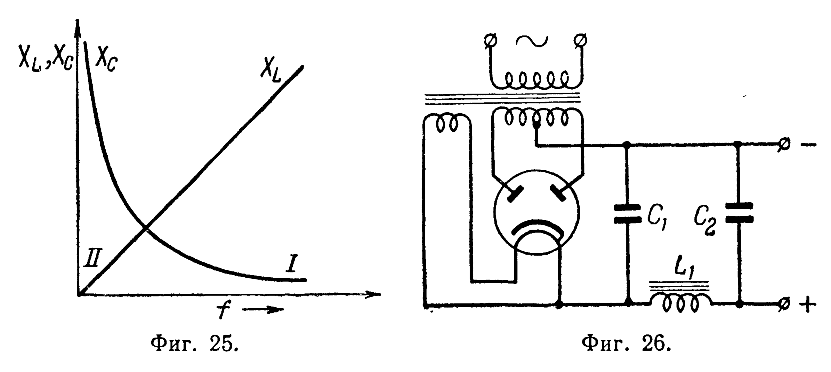
Сопротивлением называется отношение амплитуд, напряжения и тока $\frac{U}{I}$. В нашем случае напряжение генератора равно U_0, а ток в цепи $I_0 = 2\pi fCU_0$. Мы можем сказать, что конденсатор вносит в цепь переменного тока сопротивление $\frac{1}{2\pi fC}$. Оно обозначается буквами X_C и носит название емкостного сопротивления конденсатора C. Такое же сопротивление вносит в механическую систему пружина. Обычное сопротивление провода электрическому току, которое мы со времен обучения в школе обозначали буквой R и называли „сопротивлением", в технике переменных токов и в радиотехнике называется активным сопротивлением.

Когда по проводнику идет ток, то часть его электрической энергии переходит в тепло. В проводнике выделяется тепло I^2Rt. Активное сопротивление связано, таким образом, с потерями, с электрической энергией, перешедшей в тепло.

Емкостное сопротивление сходно с активным в том, что при заданном напряжении генератора оно, как и активное, ограничивает ток в цепи. Но ограничивают они ток по-разному: если активное сопротивление „съедает"

(превращая в тепло) часть энергии генератора и тем ограничивает ток, то емкостное сопротивление ограничивает ток, не пропуская в цепь энергию, которая при данной частоте перезарядки не успевает уместиться в конденсаторе. В этом принципиальная разница между активным и емкостным сопротивлениями.

Одну четверть периода генератор заряжает конденсатор и электрическая энергия переходит от генератора к конденсатору. Следующую четверть периода конденсатор разряжается и его энергия возвращается генератору. Если не учитывать активного сопротивления, то на под-



Фиг. 25. Фиг. 26.

держание тока через конденсатор не тратится никакой электрической энергии. То, что конденсатор забирает в одну четверть периода, он в следующую четверть целиком возвращает. В цепи будет „странствовать" равно столько энергии, сколько успеет „вместить" и затем отдать конденсатор за четверть периода. Больше энергии в цепь не пройдет, какой бы мощностью ни обладал генератор. Емкость ограничивает ток в цепи, но не вносит потерь.

Емкостное сопротивление $1/2\pi fC$ зависит от частоты. На фиг. 25 показан график этой зависимости. По горизонтальной оси отложена частота f, а по вертикальной — емкостное сопротивление $X_C = 1/2\pi fC$. Мы видим, что высокие частоты (X_C мало) конденсатор пропускает, а низкие (X_C велико), наоборот, задерживает. В соответствии с этим и выбирают в радиосхемах величину емкости различных конденсаторов. Приведем несколько примеров. На фиг. 26 изображена обычная схема двухполупериодного выпрямителя. В приемник (питание анодов

и сеток ламп) должна подаваться только постоянная составляющая тока, выпрямленного кенотроном. Переменная составляющая создала бы в приемнике искажения и фон. Чтобы не пропустить в приемник переменной составляющей из цепей питания, ставятся конденсаторы C_1 (10 *мкф*), C_2 (20 *мкф*) и дроссель L_1 (20 *гн*). Переменная составляющая замыкается через конденсатор C_1, который представляет для нее гораздо меньшее сопротивление, чем дроссель L_1. Емкостное сопротивление конденсатора C_1 току с частотой 100 *гц* (частота переменной составляющей выпрямленного тока) равно: $X_C = 1/6{,}28 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 1\,590$ *ом*, что значительно меньше сопротивления дросселя. Наоборот, постоянной составляющей конденсатор не пропускает, и она поступает через дроссель в приемник. Если небольшая часть энергии переменного тока и пройдет через дроссель, то в приемник она все же не попадает, так как пройдет через конденсатор C_2.

В тех случаях, когда конденсатор должен пропускать токи высокой частоты, его емкость выбирают меньше (f больше и произведение $2\pi fC$ попрежнему велико, а емкостное сопротивление мало). Так, блокировочные конденсаторы в сеточных цепях выбираются емкостью в 0,1—0,05 *мкф*.

3. РОЛЬ ИНДУКТИВНОСТИ

Пусть теперь цепь состоит из генератора переменной э. д. с. с частотой f и катушки с индуктивностью L. Электродвижущая сила генератора меняется по гармоническому закону. Если бы катушка обладала только активным сопротивлением провода, из которого она сделана, то амплитуда тока в цепи равнялась бы $I_1 = U/R$. Но катушка обладает индуктивностью; при изменении тока в цепи возникает э. д. с. самоиндукции, которая стремится задержать рост тока. Ток не достигает поэтому значения I_1, он меньше. Если ток меньше, чем I_1, то, стало быть, сопротивление катушки больше, чем R. Индуктивность катушки создает для переменного тока некоторое добавочное сопротивление, которое называется индуктивным сопротивлением и обозначается X_L. Электродвижущая сила самоиндукции тем больше, чем больше индуктивность и чем быстрее меняется ток в цепи (т. е. больше частота генератора f). Индуктивное сопротивление

создает именно э. д. с. самоиндукции, мешающая росту тока в цепи. Поэтому с повышением частоты и увеличением индуктивности X_L тоже возрастает:

$$X_L = 2\pi fL = 6{,}28\, fL.$$

Ток в цепи с индуктивностью равен $U/2\pi fL$. Чем больше индуктивность и частота, тем ток меньше. На языке механики это звучит так: под действием данной силы колеблющееся тело приобретает тем меньшую скорость, чем больше его масса, обстоятельство вполне понятное. Скорость (и отклонение) убывает также с увеличением частоты внешней силы — период все уменьшается, и внешняя сила не успевает за этот более короткий период разогнать тело до прежней скорости.

Индуктивное сопротивление потому и называется сопротивлением, что оно ограничивает ток в цепи. В катушке индуктивности создается э. д. с. самоиндукции, которая мешает току нарастать, и ток успевает нарастать только до некоторой определенной величины $I = U/2\pi fL$. При этом электрическая энергия генератора переходит в магнитную энергию тока (магнитное поле катушки). Так продолжается четверь периода, пока ток не достигнет своего наибольшего значения. Затем ток начинает постепенно падать (по кривой на фиг. 2), магнитное поле его разрушается, возникает э. д. с. самоиндукции, которая возвращает генератору энергию магнитного поля катушки. Если не учитывать активного сопротивления катушки, то на поддержание колебаний не тратится никакой энергии. То, что катушка взяла от генератора в одну четверть периода, то она в следующую четверть целиком возвращает. Индуктивность, как и емкость, ограничивает ток в цепи, но не вносит потерь.

Индуктивное сопротивление зависит от частоты. График этой зависимости показан на фиг. 25 (кривая *II*). По горизонтальной оси отложена частота f, а по вертикальной — индуктивное сопротивление $X_L = 2\pi fL$. Высокие частоты индуктивность задерживает, а низкие пропускает. На этом основан выбор дросселей в различных электрических цепях. В примере на фиг. 26 дроссель L_1 для частоты 100 *гц* представляет собой индуктивное сопротивление $X_L = 6{,}28 \cdot 100 \cdot 20 = 12\,560$ *ом*. Его сопротивление

переменному току больше сопротивления конденсаторов C_1 и C_2, и потому переменная составляющая выпрямленного тока не попадет в приемник и не создаст в нем искажений и фона.

4. РЕЗОНАНСНАЯ КРИВАЯ КОНТУРА

В колебательном контуре включены последовательно все три элемента; и емкость, и индуктивность, и сопротивление. Как же они влияют на амплитуду тока в цепи все вместе?

Емкость и индуктивность оказывают на ток в цепи противоположные действия. Пусть вначале внешняя э. д. с. заряжает конденсатор. По мере заряда растет напряжение на конденсаторе („упругая сила") U. Оно направлено против внешней э. д. с. и уменьшает, в конце концов, ток заряда. Индуктивность, наоборот, с уменьшением тока стремится его поддержать. В следующую четверть периода, когда конденсатор разряжается, напряжение на нем стремится увеличить ток разряда, индуктивность же, наоборот, препятствует этому увеличению. Чем больше индуктивность катушки, тем меньшей величины успеет достичь за четверть периода разрядный ток.

Такую же картину мы наблюдаем и при механических колебаниях (фиг. 1). Двигаем груз вправо, сжимая пружину, — пружина развивает упругую силу, тормозит движение. Наоборот, кинетическая энергия груза, которой он обладал в среднем положении, помогает этому движению, и кинетическая энергия тем больше, чем больше масса. Двигаем груз обратно в положение равновесия, пружина разжимаясь, помогает этому движению, а инертность, масса шарика — препятствует. Чем больше масса шарика, тем труднее ускорить его и вернуть за четверть периода в прежнее положение.

Полное сопротивление Z последовательно включенных конденсатора и катушки равно поэтому разности между емкостным и индуктивным сопротивлением:

$$Z = 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}.$$

Если учесть также активное сопротивление контура, то

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}.$$

Обозначим амплитуду внешней э. д. с. через E, а $2\pi f$ — через ω. Тогда

$$I=\frac{E}{Z}=\frac{E}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \qquad (6)$$

Это одна из основных формул электротехники и радиотехники. Она носит название „закон Ома для переменного тока“ по аналогии с законом Ома для постоянного тока ($U=IR$) и выражает собой математически следующие свойства вынужденных колебаний:

1. Амплитуда вынужденных колебаний тока I пропорциональна амплитуде э. д. с. E.

2. Амплитуда вынужденных колебаний зависит не только от величины внешней э. д. с. но и от ее частоты. Последнее свойство иногда выражают и так: полное сопротивление цепи переменному току зависит от частоты. При $\omega L=\frac{1}{\omega C}$, т. е. при $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$, полное сопротивление $Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ будет наименьшим, и амплитуда тока I достигает своего максимального значения: наступает резонанс.

Как и следовало ожидать, резонанс наступает в том случае, когда частота внешней э. д. с. равна собственной частоте системы $f=f_0=1/2\pi\sqrt{LC}$. Если теперь менять либо частоту внешней э. д. с., либо собственную частоту f_0 (расстройка), то, вычислив по формуле (6) ток и построив график зависимости тока от расстройки, мы получим ту же кривую, что и на фиг. 7 или 24. Чтобы вычислить ток в контуре при любой расстройке, нам достаточно подставить в формулу (6) значения R, L, C, ω и E.

При частотах ниже резонансной часть энергии внешней силы тратится на преодоление возвращающих сил (упругая сила пружины, напряжение на емкости), на преодоление емкостного сопротивления. В следующую четверть периода направление движения совпадает с направлением возвращающей силы, и эта сила отдает источнику энергию, полученную за первую четверть. Противодействие со стороны возвращающей силы ограничивает амплитуду колебаний. При частотах, больших резонансной, основную роль играет инерция (самоиндукция): внешняя сила не успевает за четверть периода ускорить тело, не успевает

внести в цепь достаточную энергию. При резонансной частоте внешней силе „легко“ качать тело — оно качается само, так как это частота его свободных колебаний, и внешняя сила только преодолевает трение (активное сопротивление). В этом случае $Z=R$ и $I=E/R$.

Для электрических колебаний справедливы те же фазовые соотношения, что и для колебаний механических (фиг. 8). Смещению на фиг. 8 соответствует при электрических колебаниях заряд конденсатора, скорости — сила тока, так что при частоте внешней э. д. с. f, меньшей резонансной частоты f_0, сдвиг фаз между внешней э. д. с. и зарядом на конденсаторе меньше $T/4$ (фиг. 8,*а*). Наоборот, при $f>f_0$ сдвиг фаз между внешней э. д. с. и зарядом больше $T/4$ (фиг. 8,*б*).

Изменение силы тока опережает изменение заряда на четверть периода (фиг. 20); когда ток наибольший, заряд еще равен нулю. При $f<f_0$ внешняя э. д. с. опережает заряд на конденсаторе, однако сдвиг фаз невелик ($\Phi<T/4$). Поэтому ток, который опережает заряд на $T/4$, будет опережать также внешнюю э. д. с. на величину $\frac{T}{4}-\Phi$. При резонансе сдвиг фаз между внешней э. д. с. и зарядом равен $\Phi=T/4$, поэтому сдвиг фаз между током и внешней э. д. с. $\frac{T}{4}-\Phi$) равен нулю, они меняются синфазно.

При $f>f_0$ ток попрежнему опережает заряд на $T/4$, но внешняя э. д. с. опережает заряд уже не на $\varphi<T/4$, а на бóльшую долю периода $\Phi>T/4$ (фиг. 8,*б*). Поэтому при $f>f_0$ ток отстает от внешней э. д. с. на величину $\Phi-\frac{T}{4}$.

Фазовые соотношения играют весьма существенную роль, в частности, в телевидении.

Пример. Пользуясь соотношениями (2), (5) и (6), можно рассчитать резонансную кривую контура. В качестве примера построим резонансную кривую радиоконтура среднего качества со следующими данными: емкость $C=400$ *мкмкф*, индуктивность $L=0{,}1$ *мгн* и сопротивление $R=5$ *ом*.

Собственная частота контура равна[1]:

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{6{,}28\sqrt{10^{-4}\cdot 4\cdot 10^{-10}}}=8\cdot 10^5\ \textit{гц}=800\ \textit{кгц}$$

---

[1] Без поправки на активное сопротивление R (стр. 47—48).

и угловая частота

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 5 \cdot 10^6.$$

При частоте внешней э. д. с., значительно меньшей резонансной частоты, емкостное сопротивление много больше индуктивного и активного сопротивлений; именно оно и ограничивает ток. Например, при $f = 300$ *кгц* (длина волны 1 000 *м*) емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 300 \cdot 1\,000 \cdot 4 \cdot 10^{-10}} = 1\,325 \text{ ом},$$

индуктивное сопротивление

$$X_L = 2\pi fL = 6{,}28 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-4} = 188{,}5 \text{ ом}$$

и активное сопротивление всего 5 *ом*.

Пусть внешняя э. д. с. равна $E = 350$ *мкв*. Подставив все величины в формулу (6) и проделав вычисления, получим: $I = 0{,}31$ *мка*.

Вблизи резонанса разность $\omega L - \frac{1}{\omega C}$ быстро стремится к нулю, например, при частоте 799 *кгц* $\omega L = 501{,}8$ *ом*, $1/\omega C = 500$ *ом* и $I = 66$ *мка*.

Насколько поднимается пик резонансной кривой, это зависит только от активного сопротивления, от потерь в контуре. В нашем случае амплитуда тока при резонансе составит $I_{рез} = E/R = 70$ *мка*, т. е. в 226 раз больше, чем при $f = 300$ *кгц*.

При частоте, много большей резонансной, емкостное сопротивление мало, и основную роль играет индуктивность. Так, при $f = 1\,300$ *кгц* емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 1\,300 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-10}} = 306 \text{ ом},$$

а индуктивное

$$X_L = \omega L = 6{,}28 \cdot 1\,300 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} = 816 \text{ ом}.$$

Ток I при этом равен 0,7 *мка*.

5. РЕЗОНАНС И ЗАТУХАНИЕ

Когда мы разбирали механические колебания, то о влиянии трения на резонанс могли сказать лишь общими словами: чем больше трение, тем быстрее затухают в данной системе свободные колебания, тем более тупая, более пологая в этом контуре резонансная кривая. Теперь, зная форму резонансной кривой [формулу (6)], мы можем уже численно оценить роль потерь в контуре и не только при свободных, но при вынужденных колебаниях. Для этой

цели несколько преобразуем формулу (6), возведя обе ее части в квадрат. Тогда

$$I^2 = \frac{E^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Пусть при резонансе $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}$. Дадим емкости малое приращение ΔC. Тогда

$$I^2 = \frac{E^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega (C_0 + \Delta C)}\right)^2}.$$

Выражение $\left(\omega L - \frac{1}{\omega (C_0 + \Delta C)}\right)^2$ можно преобразовать, учитывая, что $\omega_0 = 1/\sqrt{LC_0}$ и потому $\omega_0^2 LC_0 = 1$, а при небольшой расстройке $\omega \approx \omega_0$ и потому $\omega^2 LC_0 = 1$. Тогда

$$\left[\omega L - \frac{1}{\omega (C_0 + \Delta C)}\right]^2 = \left[\frac{\omega^2 L (C_0 + \Delta C) - 1}{\omega (C_0 + \Delta C)}\right]^2 =$$

$$= \frac{\omega^2 L^2 \Delta C^2}{C_0^2} = \frac{L}{C}\left(\frac{\Delta C}{C_0}\right)^2.$$

Логарифмический декремент $\vartheta = \pi R \sqrt{C/L}$, откуда $L/C = (\pi R/\vartheta)^2$. Подставляя вместо L/C величину $(\pi R/\vartheta)^2$, получим:

$$I^2 = \frac{E^2}{R^2 + \left(\frac{\pi}{\vartheta}\right)^2 R^2 \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2}.$$

При резонансе ток равен $I_{рез} = \frac{E}{R}$ и $I_{рез}^2 = \frac{E^2}{R^2}$. Отсюда

$$\frac{I_{рез}^2}{I^2} = \frac{E^2}{R^2} : \frac{E^2}{R^2\left[1 + \left(\frac{\pi}{\vartheta}\right)^2 \left(\frac{\Delta C}{C_0}\right)^2\right]}$$

и окончательно

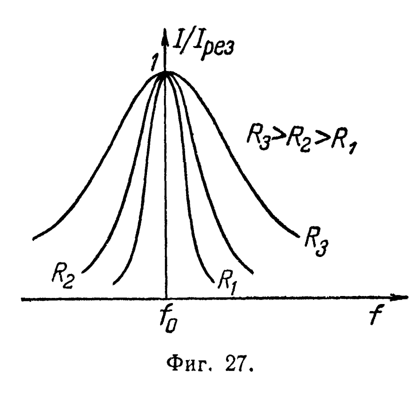
$$\frac{I_{рез}^2}{I^2} = 1 + \left(\frac{\pi}{\vartheta}\right)^2 \left(\frac{\Delta C}{C_0}\right)^2 = 1 + Q^2 \left(\frac{\Delta C}{C_0}\right)^2, \qquad (7)$$

где Q — качество контура. Отсюда

$$I = \frac{I_{рез}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\Delta C}{C_0}\right)^2}} \qquad (7a)$$

Из этого соотношения можно сделать ряд важных выводов. Когда потери малы (декремент затухания мал), то даже при небольшой расстройке ΔC выражение $\left(\frac{\pi}{\vartheta}\right)^2 \times \left(\frac{\Delta C}{C_0}\right)^2$ велико, а стало быть, и ток при этой расстройке много меньше $I_{рез}$. С другой стороны, само значение тока $I_{рез} = E/R$ при малом R велико. Такой случай называется острым резонансом. Контур почти не отзывается на колебания с частотами, отличающимися от его собственной частоты, но зато при резонансе в нем возникают колебания большой амплитуды. В радиоконтуре резонансная кривая обычно довольно острая. В разобранном нами примере при $f = 300$ *кгц* $= {}^3/_8 f_0$ ток

$$I = {}^1/_{21} I_{рез} \approx 5\% I_{рез}.$$



Фиг. 27.

При большом затухании амплитуда колебаний при резонансе получается малой ($I_{рез} = E/R$). Зато при той же расстройке ΔC ток в контуре не так сильно падает, так как при значительном ϑ выражение $(\pi/\vartheta)^2 \cdot (\Delta C/C_0)^2$ невелико. Контур отзывается не только на колебания резонансной частоты, но и на колебания с частотой, значительно отличающейся от резонансной. Резонанс получается тупой.

На фиг. 27 показаны резонансные кривые при различном затухании. Настройка контура на фиг. 27 неизменна, зато меняется частота внешней э. д. с. Уравнение резонансной кривой имеет тогда следующий вид:

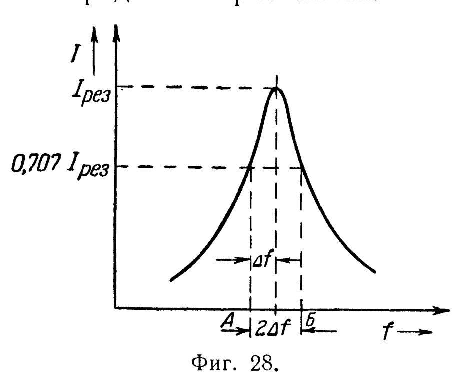
$$\frac{I_{рез}^2}{I^2} = 1 + \left(\frac{\pi}{\vartheta}\right)^2 \left(\frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2 = 1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2, \qquad (8)$$

где $\Delta f = f - f_0$.

Соотношение (8) справедливо и для механических колебаний. Роль тока играет в этом случае скорость. Точно так же вводится понятие качества или добротности механической колебательной системы. Также и в этом случае,

чем выше качество, тем острее резонанс. Чрезвычайно малыми потерями на трение, а следовательно, и очень острой резонансной кривой характеризуются колебания кварцевых пластин. Пьезокварцевые пластины обладают и еще одним существенным преимуществом: их собственная частота мало зависит от температурных влияний и постоянна во времени. Поэтому пьезокварц широко применяется для стабилизации частоты задающего генератора в передатчиках и гетеродина в приемниках.

Остроту резонанса в контуре или во всем приемнике оценивают по его избирательности — способности выбирать из всех частот только его собственную, резонансную, и лишь на нее отзываться. Избирательность контура определяется его качеством Q. Соотношение (8) показывает, что чем выше качество контура Q, тем больше его избирательность.



Фиг. 28.

Наоборот, способность контура (или всего приемника) более или менее равномерно отзываться на целую группу частот (вблизи резонанса), свойство прямо противоположное избирательности, оценивается по так называемой полосе пропускания контура (или приемника). Полосой пропускания называется полоса частот внешней э. д. с., при которой ток в контуре составляет не меньше 0,707 от тока при резонансе. На фиг. 28 полоса пропускания $2\Delta f = АБ$.

Зная декремент или качество контура, легко определить его полосу пропускания

$$\frac{I}{I_{рез}} = 0{,}707 \quad \text{и} \quad \frac{I^2}{I^2_{рез}} = (0{,}707)^2 = \frac{1}{2}.$$

Следовательно,

$$\frac{I^2_{рез}}{I^2} = 1 + Q^2\left(\frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2 = 2 \quad \text{и} \quad Q^2\left(\frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2 = 1.$$

Поэтому $Q \cdot 2\Delta f / f_0 = 1$ и окончательно

$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{f_0 \cdot \vartheta}{\pi}. \qquad (9)$$

Пример. Найти полосу пропускания контура с $f_0 = 800$ *кгц* и $Q = 100$.

$$2\Delta f = 8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} = 8 \cdot 10^3 \text{ гц} = 8 \text{ кгц}.$$

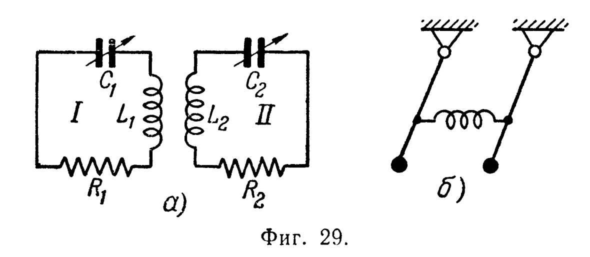
Ширина полосы пропускания характеризует собой форму резонансной кривой. При узкой полосе пропускания — резонанс острый, избирательность велика. При широкой полосе пропускания — резонанс тупой, резонансная кривая пологая.

Встает вопрос, какова должна быть в радиотехнике резонансная кривая, тупая или острая, какова должна быть полоса пропускания? Универсального ответа для всех случаев и всех схем тут дать нельзя. В каждом случае, исходя из особенностей работы приемника, передатчика, телевизора, радиоизмерительных приборов и т. д., выбирают свою полосу пропускания. Зная полосу пропускания и резонансную частоту, находят качество контура Q и подбирают соответственно L, C и R.

Выбрать полосу пропускания не так просто даже для обычного радиоприемника. При этом возникает ряд трудностей. На каждой волне, при каждой частоте настройки приемника мы слышим кроме радиопередачи также и помехи (трески, различные шумы и т. д.). Источники помех самые разнообразные: помехи от посторонних передатчиков, атмосферные разряды, внутренние шумы приемника, помехи от электродвигателей, от трамваев, троллейбусов и т. д. Помехи есть на всех частотах, и чтобы их ослабить, надо, очевидно, сузить резонансную кривую контуров приемника, сузить полосу пропускания Тогда радиостанцию он примет еще лучше, а помехи «соберет» уже с более узкой полосы частот. Острая резонансная кривая, малая полоса пропускания позволят также лучше отстроиться и от посторонних станций.

Но, с другой стороны, слишком острая резонансная кривая невыгодна, так как приводит к искажению в приемнике звуков, особенно музыки. Обычно радиостанция передает незатухающие электрические колебания частоты f, но с переменной амплитудой. Амплитуда колебаний меняется с частотой передаваемого звука F. Такое сложное колебание

называется модулированным. Основная частота колебаний f называется несущей частотой. На колебательный контур приемника такое сложное колебание с переменной амплитудой действует так же, как действовали бы три колебания: одно частоты f, другое частоты $f-F$ и третье частоты $f+F$. Чтобы правильно передать звук, приемник должен пропускать и одинаково усиливать не только частоту f незатухающих колебаний радиостанции, но и частоты $f+F$ и $f-F$ (так называемые боковые частоты). Для этого он должен обладать достаточно широкой резонансной кривой (ширина полосы пропускания должна быть около $2F$).



Фиг. 29.

Получается противоречие: с одной стороны, резонансная кривая приемника должна быть острой, а с другой стороны, — тупой, пологой. В каждом отдельном типе приемников это противоречие разрешено по-своему. В зависимости от назначения и характеристик приемника поступаются то избирательностью, то качеством приема. При высококачественном приеме музыки полоса пропускания приемника должна быть не менее 10—12 *кгц*. При приеме телеграфных сигналов, где достаточно уловить разницу между точками и тире, полоса пропускания у́же, однако не менее 200 *гц*.

Существует ряд методов, помогающих избавится от разного рода помех, не жертвуя в то же время избирательностью. Один из таких методов—улучшение формы резонансной кривой с помощью связанных контуров. Связанные контуры — это контуры, которые могут обмениваться между собой энергией через общую емкость, индуктивность или сопротивление (в первом случае связь между ними называется емкостной, во втором — индуктивной и в третьем — гальванической).

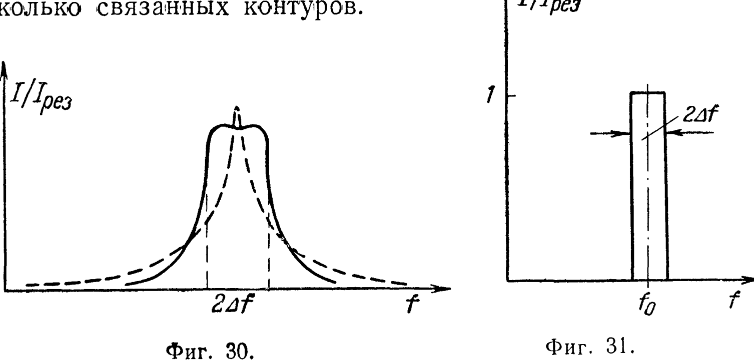
На фиг. 29,*а* показаны индуктивно связанные контуры. Связь между контурами *I* и *II* осуществляется через взаим-

ную индуктивность катушек L_1 и L_2. В механике связанным контурам соответствует, например, система из двух маятников, которые соединены между собой пружиной (фиг. 29,*б*).

Резонансная кривая системы связанных контуров показана на фиг. 30. Как видно, на частоты вне полосы пропускания $2\Delta f$ система почти не отзывается, наоборот, внутри полосы пропускания она все частоты усиливает одинаково.

Для сравнения на той же фигуре пунктиром показана резонансная кривая обычного одиночного контура.

Идеальная резонансная кривая имела бы вид прямоугольника (фиг. 31), но такой кривой осуществить в реальном контуре нельзя, к ней можно только приблизиться, применяя несколько связанных контуров.



Фиг. 30. Фиг. 31.

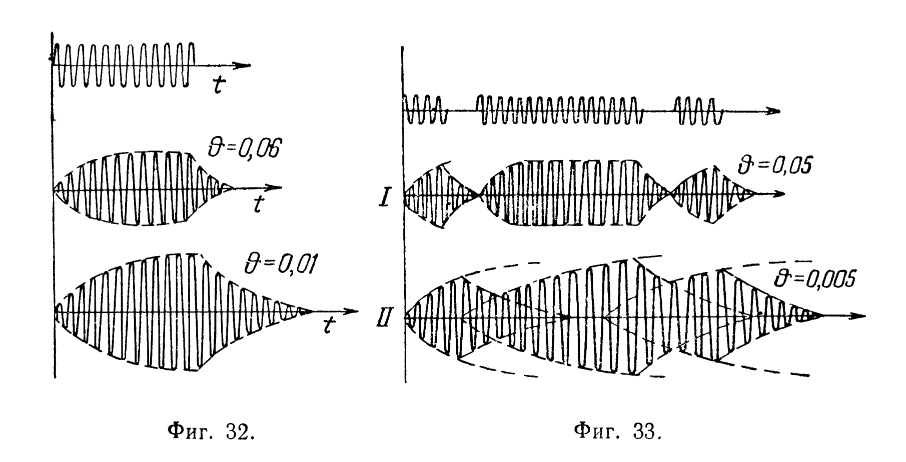
На стр. 54 мы поставили своей задачей установить, от каких величин зависит форма резонансной кривой, как ее заранее рассчитать и как определить спадание тока при расстройке. Эту задачу мы выполнили; соотношения (7), (8) и выводы из них дают полный и исчерпывающий ответ на все эти вопросы.

Теперь мы не только можем предсказать, наступит ли резонанс или нет (условие резонанса $f = f_0$), но и можем заранее сказать, какой ток будет в контуре при переменном напряжении любой частоты.

Если нас этот ток не устраивает, то мы теперь знаем, как выбрать L, C и R контура, чтобы получить при данной частоте нужный ток.

6. УСТАНОВЛЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ

Коротко скажем, как устанавливаются вынужденные колебания. На фиг. 32 показаны графики вынужденных колебаний в первые моменты после включения э. д. с. и после ее выключения. В начальный момент в контуре тока нет, потом вынужденные колебания постепенно нарастают и достигают установившейся величины. При выключении внешней э. д. с. ток в контуре не сразу достигает нуля, колебания некоторое время еще продолжаются. При этом чем больше затухание контура, тем быстрее



Фиг. 32. Фиг. 33.

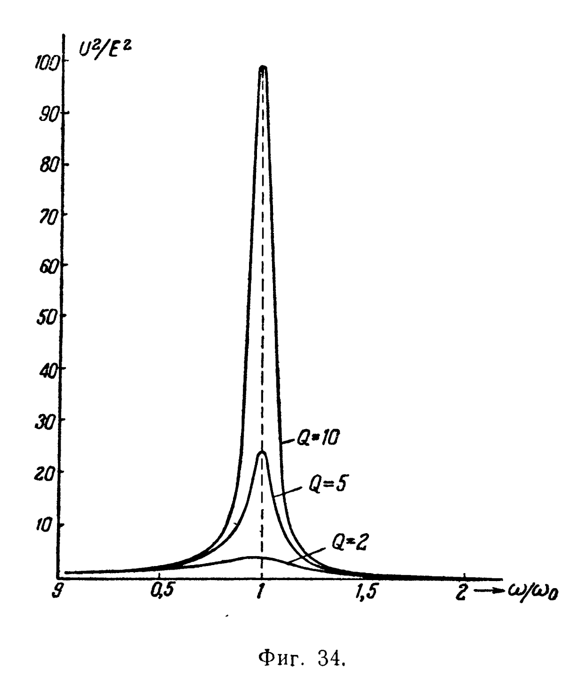
устанавливаются колебания после включения внешней э. д. с. и быстрее затухают после ее выключения.

Это обстоятельство играет очень важную роль в тех случаях, когда пользуются не непрерывным потоком радиоволн, а отдельными импульсами, разделенными паузами. Например, при радиотелеграфии внешняя э. д. с. действует на контур не непрерывно, а толчками; примерные графики ее показаны на фиг. 33. Колебания в приемном контуре должны устанавливаться за время меньшее, чем длительность такого импульса (график *I*), иначе один импульс наползет на другой, и мы не сможем разделить друг от друга отдельных точек и тире (график *II*). Поэтому контур должен обладать определенным затуханием и тем большим, чем быстрее следуют друг за другом точки и тире.

С требованиями достаточного затухания в контуре при широкой полосе пропускания встречаемся мы и в радиолокации, где работа также ведется отдельными импульсами, а также в телевидении.

7. ПРИМЕРЫ РЕЗОНАНСА В РАДИОСХЕМАХ

Последовательный резонанс. В контуре на фиг. 23 (стр. 51) емкость, индуктивность и сопротивление включены последовательно с источником э. д. с. Резонанс в та-



Фиг. 34.

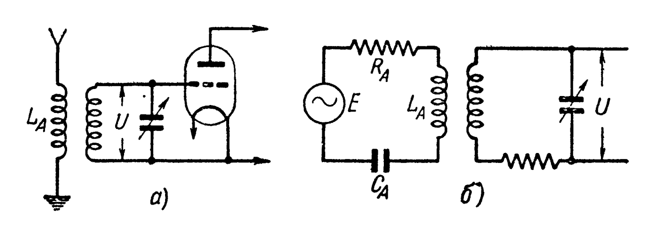
ком контуре называется последовательным резонансом или резонансом напряжений. Его характерная черта—при резонансе напряжения на емкости и на индуктивности значительно больше внешней э. д. с. Контур как бы «усиливает» напряжение.

Действительно, рассмотрим, например, напряжение на сопротивлении (при резонансе оно равно внешней э. д. с.)

$U_R = IR$ и напряжение на емкости $U_C = I/\omega C$. Составив их отношение (при резонансе)

$$\frac{U_C}{U_R} = \frac{U_C}{E} = \frac{I_{рез}\frac{1}{\omega C}}{I_{рез}\cdot R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = Q,$$

видим, что в контуре хорошего качества с $Q = 100$ напряжение на емкости может в 100 раз превысить внешнюю э. д. с. Практически коэффициент усиления по



Фиг. 35.

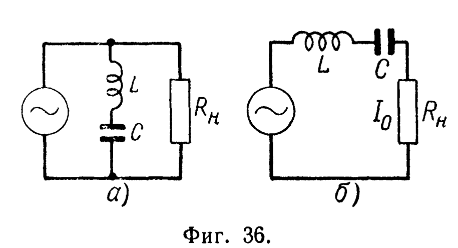
напряжению получается несколько меньше в силу различных технических причин (шунтирующее действие следующей лампы и др.).

При частотах, бóльших или меньших резонансной, отношение U_C/E не равно $U_C/U_R = Q$, оно меньше (так как $E > U_R$). На фиг. 34 показано, как напряжение на конденсаторе зависит от частоты внешней э. д. с. По горизонтальной оси отложено отношение частоты внешней э. д. с. к резонансной частоте, по вертикальной — относительная величина напряжения на конденсаторе. Различные кривые соответствуют контурам с разным качеством.

На резонанс напряжений настривается, например, входной контур приемника. На фиг. 35,*а* показана схема антенны и входного контура. В антенне наводится некоторая э. д. с. E; поэтому антенна играет по отношению к контуру приемника роль источника э. д. с. Схему фиг. 35,*а* можно заменить эквивалентной ей схемой фиг. 35,*б*, системой двух связанных контуров. При настройке второго из них в резонанс с колебаниями в антенне (с э. д. с. E) напряжение на конденсаторе достигает своей максимальной величины и значительно превышает э. д. с. антенны. Применение резонанса

в этой схеме позволяет, во-первых, усилить напряжение нужной нам частоты (по сравнению с его первоначальной величиной) и, во-вторых, подавить все остальные частоты.

Схемы последовательного резонанса широко применяются в разного рода фильтрах. Например, на фиг. 36,*а* последовательно соединенные индуктивность и емкость вырезают из передаваемого сигнала ток частоты $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Ток этой частоты замыкается через катушку и конденсатор и в нагрузку не попадает. Зависимость тока I в нагрузке от частоты внешней э. д. с. выражается в этом случае кривой I на фиг. 37.



Фиг. 36.

Фиг. 37.

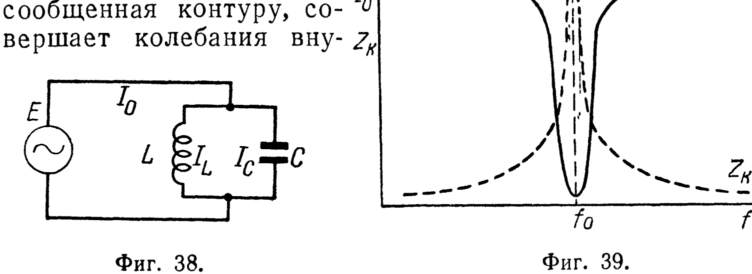
При включении индуктивности и емкости по схеме фиг. 36,*б* они, наоборот, пропускают ток частоты ω_0 и задерживают другие частоты. Кривая I заменится тогда пунктирной кривой II на той же фиг. 37.

Параллельный резонанс. Параллельным резонансом или резонансом токов называют резонансные явления в схеме, где емкость и индуктивность подключаются к источнику э. д. с. не последовательно, а параллельно (фиг. 38), источник э. д. с. включен вне контура.

Зависимость полного тока I_0 в цепи от частоты внешней э. д. с. f показана на фиг. 39. При $f = f_0$, где f_0 — собственная частота контура, эта кривая достигает не максимума, как это было при последовательном резонансе, а своего наименьшего значения, минимума.

В чем причина этого различия в характере кривых, чем по существу отличается параллельный резонанс от последовательного?

При последовательном резонансе мерой колебательной энергии, запасенной контуром, мог служить нам ток I_0. При малых частотах ток не успевал нарастать из-за действия емкости, при очень больших частотах — из-за действия индуктивности (э. д. с. самоиндукции) и лишь при резонансе достигал своего наибольшего значения. В случае параллельного резонанса колебательная энергия в контуре, размах колебаний определяются уже не общим током I_0, а величиной токов в параллельных ветвях I_C и I_L. Магнитная энергия в катушке определяется не током I_0, а током в катушке I_L, электрическая энергия конденсатора — зарядным током I_C. Вдали от резонанса, как и при последовательном включении, параллельный контур будет обмениваться энергией с источником э. д. с. Энергия, сообщенная контуру, совершает колебания вну-



Фиг. 38. Фиг. 39.

три контура, переходя **частично**, не полностью из электрической энергии конденсатора в магнитную энергию катушки и обратно; разность этих энергий выходит за пределы контура и током I_0 доставляется обратно в генератор. Общий ток I_0 складывается, таким образом, из тока, обусловленного индуктивным и емкостным сопротивлением контура, обменом энергией между контуром и генератором, и активного тока, несущего в контур энергию, необходимую для возмещения активных потерь. Ток, что течет в конденсатор и катушку индуктивности, не связан с потерями электрической энергии, в следующую четверть периода он переносит энергию из индуктивности или емкости обратно в генератор. Этот ток называется **реактивным** током в отличие от **активного** тока, связанного с потерями в сопротивлении.

При частоте ниже резонансной индуктивное сопротивление ωL меньше, чем емкостное $1/\omega C$. Так как индуктивность и емкость приключены к источнику э. д. с. параллельно, то напряжение на них одинаковое, но ток разный. Через меньшее сопротивление (индуктивность) течет бóльший ток. Итак, при низких частотах контур представляет собой индуктивное сопротивление, ток определяется индуктивностью. Наоборот, при очень высоких частотах ($1/\omega C$ меньше ωL) емкостное сопротивление меньше индуктивного, и ток определяется емкостью.

При $\omega L = 1/\omega C$, т. е. при $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, электрическая энергия конденсатора полностью переходит в магнитную энергию катушки и в тепловую энергию потерь на сопротивлении R. Обмен энергией между контуром и генератором односторонний — генератор только восполняет потери в контуре, доставляя в цепь необходимую энергию. Реактивной составляющей тока больше нет (контур обратно в генератор энергии не отдает). Поэтому от общего тока I_0 остается лишь не зависящая от частоты активная слагающая, ток I_0 при резонансе наименьший. Полученная на опыте резонансная кривая (фиг. 39) целиком подтверждает наши выводы.

Резонансом называют явление, при котором ток (или скорость вынужденных колебаний) достигает при определенной частоте внешней силы (обычно $f = f_0$) своей наибольшей величины. Под это определение так называемый параллельный резонанс не подходит; общий ток I_0 достигает в этом случае не максимума, а минимума (при $f = f_0$), и само явление правильнее было бы называть не резонансом токов, а „антирезонансом". Однако первое название настолько укоренилось и вошло в обиход электриков и радистов, что мы его поневоле придерживаемся, хотя и понимаем его неправильность.

Полное сопротивление параллельного контура есть отношение напряжения на контуре к полному току: $Z_к = U/I_0$. При резонансе ток I_0 — наименьший, поэтому сопротивление $Z_к$ достигает при этом своей наибольшей величины, называемой р е з о н а н с н ы м с о п р о т и в л е н и е м к о н т у р а $R_к$ (иногда также эквивалентным резонансным сопротивлением R_{0e}).

Резонансное сопротивление тем больше, чем меньше

потери в контуре, чем выше его качество. $R_к$ связано с L, R и C контура соотношением

$$R_к = \frac{L}{CR}. \qquad (10)$$

Эту формулу следует твердо помнить, в радиотехнике она весьма существенна.

В качестве примера подсчитаем резонансное сопротивление контура со следующими данными: $L = 0{,}1$ *мгн*, $C = 400$ *мкмкф*, $R = 5$ *ом* (см. пример на стр. 47):

$$R_к = \frac{10^{-4}}{4 \cdot 10^{-10} \cdot 5} = 50\,000 \text{ ом}.$$

Сравним ток I_0 с током в контуре ($I_C = I_L$) при резонансе:

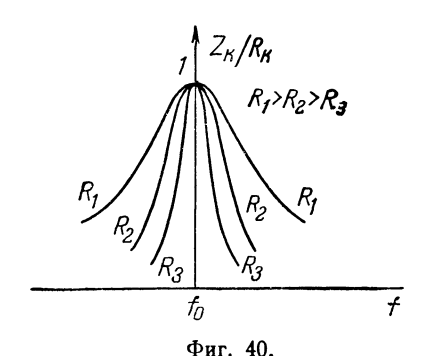
$$I_0 = \frac{E}{R_к}; \quad I_L = \frac{E}{\omega L};$$

$$\frac{I_L}{I_0} = \frac{R_к}{\omega L} = \frac{L}{CR \cdot \omega L} = \frac{1}{\omega CR} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = Q.$$

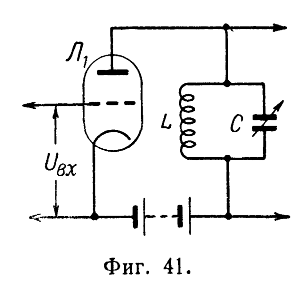
Качество Q этого контура, как мы уже вычисляли (см. пример на стр. 47), равно 100. Стало быть, ток в контуре ($I_C = I_L$) в 100 раз больше тока в общей цепи I_0. Это и понятно: токи I_C и I_L определяются запасом колебательной энергии в контуре (энергией конденсатора $CU_C^2/2$ и энергией в индуктивности $LI_L^2/2$). Ток I_0 определяется потерями в контуре $\left(\frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot R \cdot \frac{T}{2}\right)$, которые он компенсирует. Поскольку потери за полпериода всегда много меньше всей энергии контура, то и ток I_0 много меньше тока $I_L = I_C$. При параллельном резонансе контур „усиливает" ток, как при последовательном резонансе он „усиливал" напряжение. Контур как бы „резонирует" на ток I_0 значительно бóльшим током $I_C = I_L$. С этим связано и название самого явления—резонанс токов. Потери в контуре влияют при параллельном резонансе на ток так же, как и при последовательном. Чем больше потери, тем медленнее спадает ток I_0 при настройке, а стало быть, и кривая зависимости $Z_к$ от частоты более тупая. На фиг. 40 показаны кривые зависимости $Z_к$ от частоты внешней

э. д. с. при различном декременте затухания (разном активном сопротивлении R_1, R_2 и R_3). По вертикальной оси отложена величина отношения $Z_к/R_к$.

Параллельное включение емкости и индуктивности применяется в радиотехнике очень часто: в усилителях, в ламповых генераторах, фильтрах и т. д.

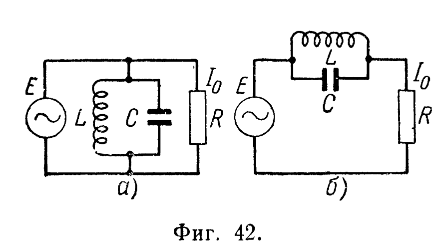


Фиг. 40.

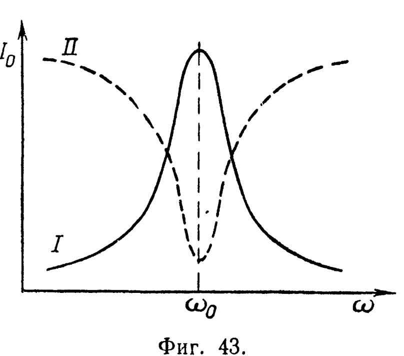


Фиг. 41.

Усиление по высокой частоте в приемнике основано именно на резонансных свойствах контуров. На фиг. 41 показана схема усилительной ступени приемника. Усиливаемое напряжение $U_{вх}$ подается на сетку лампы $Л_1$, результат усиления—напряжение $U_к$ — снимается с контура и подается через разделительный конденсатор на сетку следующей лампы. Пусть необходимо усилить напря-



Фиг. 42.



Фиг. 43.

жение частоты f_0. Тогда контур настраивается на эту частоту, его сопротивление $Z_к$ достигает при этом максимальной величины $Z_к = R_к$ (фиг. 40). Поскольку сопротивление контура велико, то напряжение $U_к$, создаваемое на

нем анодным током, тоже максимально. Коэффициент усиления ступени равен $k=U_к/U_{вх}$, так что при резонансе коэффициент усиления схемы наибольший. Для напряжений других частот, имеющихся в принимаемом сигнале, сопротивление контура будет много меньше $R_к$ (фиг. 40) и соответственно коэффициент усиления будет очень мал.

Схема параллельного резонанса часто применяется в разного рода фильтрах. На фиг. 42 изображены две схемы таких фильтров, а на фиг. 43 показано, как меняется при их включении ток в нагрузке с изменением частоты внешней э. д. с. Объяснение обеих кривых такое же, как и кривых на фиг. 37.

ГЛАВА ШЕСТАЯ
ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС

1. НОВЫЙ СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

Для поддержания в контуре незатухающих колебаний в него необходимо все время добавлять извне некоторую энергию, которая возместила бы потери на сопротивлении (в механической системе — потери на трение). Первый способ сообщить контуру колебательную энергию — воздействовать на него внешней э. д. с., увеличивающей ток в контуре и напряжение на конденсаторе и на катушке. Энергия магнитного поля тока i, протекающего по катушке с индуктивностью L, равна половине произведения индуктивности на квадрат силы тока ($W_{магн}=Li^2/2$). Внешняя сила (э. д. с.) сообщает контуру добавочную энергию, увеличивая второй сомножитель—ток i. Если внешняя сила действует в такт с собственными колебаниями, то контур забирает от нее наибольшее количество энергии, и амплитуда колебаний достигает своей наибольшей величины (резонанс).

Но системе можно сообщить энергию и другим путем,— периодически меняя первый сомножитель—индуктивность L (или емкость C). Действительно, если при неизменном токе i увеличить индуктивность от первоначального значения L_1 до некоторого другого значения L_2 (вдвигая,

например, в катушку сердечник), то энергия катушки возрастет на величину

$$\frac{L_2 i^2}{2}-\frac{L_1 i^2}{2}=\frac{(L_2-L_1)\, i^2}{2}=\frac{\Delta L\cdot i^2}{2}.$$

Приращение индуктивности $L_2 - L_1$ мы обозначили через ΔL.

Важно не только вносить в контур возможно больше энергии, но и делать это во-время, попасть в такт с собственными колебаниями контура. Для этого поступаем следующим образом. Пусть в контуре, состоящем из емкости C, индуктивности L и сопротивления R, течет в начальный момент ток i. Изменим в этот момент индуктивность на величину ΔL, что равносильно изменению энергии на $\frac{1}{2}\Delta L i^2$. Предоставим теперь контур самому себе. В нем начнутся свободные колебания (свободные потому, что внешняя сила уже не действует) и магнитная энергия катушки будет переходить в электрическую энергию конденсатора. Через четверть периода вся энергия контура перейдет в электрическую, напряжение на конденсаторе достигнет своей наибольшей величины, а ток обратится в нуль. В этот момент ($i=0$) возвратим индуктивность к ее первоначальной величине L_1. Поскольку в этот момент нет ни тока, ни магнитного поля, никакой работы на это затратить не придется (мы пренебрегаем механическим трением и считаем, что изменению индуктивности, например вдвиганию и выдвиганию из катушки сердечника, может противодействовать одно магнитное поле). Изменив индуктивность, в первый раз мы затратили работу $\frac{1}{2}\Delta L i^2$. Вернув через четверть периода индуктивность к ее первоначальному значению, мы работы не затратили. Стало быть, контур получил за полпериода энергию $\frac{1}{2}\Delta L i^2$, которая пошла на усиление колебаний. Еще через четверть периода, когда конденсатор начинает разряжаться, его электрическая энергия снова целиком перейдет в магнитную. В этот момент, при том же токе i, мы снова увеличим индуктивность на ΔL, затем вернем ее к начальному значению и т. д. Если энергия, вложенная за полпериода собственных колебаний, будет больше потерь за это же время, т. е. если

$$\frac{1}{2}\Delta L\cdot i^2>\frac{1}{2}R\cdot i^2\cdot\frac{T}{2}, \qquad (11)$$

то колебательная энергия в контуре будет все время расти и соответственно амплитуда колебаний — увеличиваться.

Этому условию можно придать и другой вид. Поделим обе части неравенства на L. Тогда

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta L}{L}\cdot i^2 > \frac{1}{2}\cdot\frac{R}{2L}\cdot T\cdot i^2.$$

Но $R/2L = \alpha T = \vartheta$, где ϑ — логарифмический декремент. Поэтому

$$\frac{\Delta L}{L} > \vartheta. \qquad (12)$$

Изменяя индуктивность с частотой, в два раза большей средней собственной частоты системы, так, чтобы $\Delta L/L > \vartheta$, можно возбудить в системе колебания, не воздействуя на нее никакой э. д. с. как бы мал ни был начальный случайный заряд. А такой случайный заряд или ток i очень малой величины всегда найдется, например токи, наведенные магнитным полем Земли, атмосферными разрядами, электрическими машинами, радиоволнами и т. д. Если даже контур изолирован от всех посторонних влияний, то, как показывают теория и опыт, в нем все же постоянно циркулируют беспорядочные, непрерывно меняющие свое направление, частоту и величину очень слабые токи, так называемые флуктуационные токи (сила этих токов меньше 10^{-12} *а*).

Условие (12) справедливо для тех случаев, когда индуктивность меняется скачками (на величину ΔL четыре раза за период). Если индуктивность меняется не скачками, а плавно, непрерывно (но с той же частотой $f = 2f_0$), то условие (12) заменится другим, аналогичным. Например, при изменении индуктивности по гармоническому закону колебания возникают тогда, когда $\frac{\Delta L}{L} > \frac{2\vartheta}{\pi}$.

Колебания можно возбудить не только изменением индуктивности, но и изменением емкости. Условия возникновения колебаний те же, что и для случая индуктивности ($f = 2f_0$ и $\Delta C/C > \vartheta$).

Емкость, индуктивность и сопротивление носят название **параметров** контура. Точно так же массу, упругость и сопротивление называют параметрами соответствующей механической системы. Возбуждение колебаний изменением

параметров: емкости или индуктивности, — получило название **параметрического возбуждения колебаний**. Это явление было открыто около 100 лет назад, но последовательная и полная его теория была разработана лишь в последние 20 лет, в значительной мере трудами советских физиков Л. И. Мандельштама, Н. Д. Папалекси и их учеников. Применив свою теорию к практике, они впервые в мире разработали и построили в 1931 г. основанный на этом принципе генератор переменного тока.

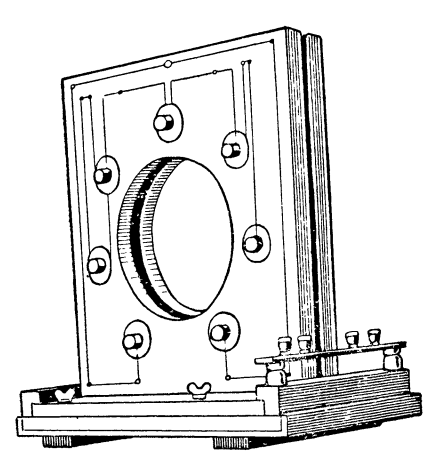
2. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ГЕНЕРАТОР

Для периодического изменения индуктивности Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси воспользовались вихревыми индукционными токами.

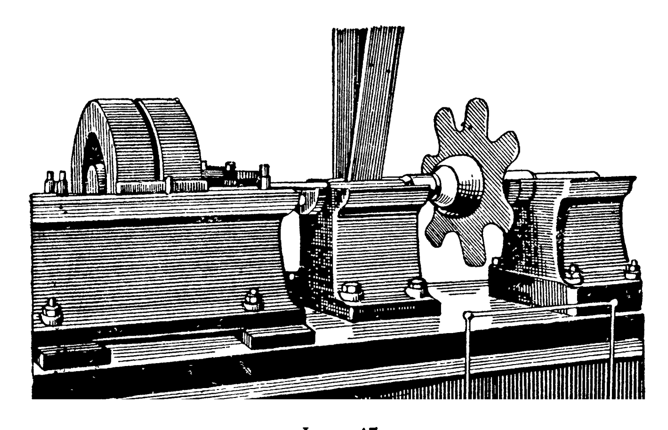
Если ввести в переменное магнитное поле, например в поле катушки, массивный проводник, то поле наводит в нем вихревые индукционные токи, называемые иногда токами Фуко. Эти токи создают свое собственное магнитное поле, которое, будучи направлено против первичного поля (в данном случае — поля катушки), ослабляет последнее и уменьшает его энергию. Это вполне естественно, так как вихревые токи выделяют в проводнике тепло I^2Rt, единственным источником которого может служить магнитная энергия катушки. Поэтому вихревые токи, забирая из цепи часть энергии, переходящую в тепло, уменьшают магнитную энергию поля катушки. Но уменьшение магнитной энергии $W_{магн}=LI^2/2$ при неизменном токе равносильно уменьшению индуктивности. Таким образом, вихревые токи уменьшают индуктивность.

Заметим, что вихревые токи играют большую роль во многих применениях электричества. Тепло, выделяемое ими, иногда представляет собой вредное явление, например в трансформаторах, в якоре и полюсах электрических машин и т. д. В других случаях вихревые токи играют полезную роль, например при нагреве токами высокой частоты, при нагреве в индукционных печах при поверхностной закалке и пр. В данном случае Мандельштам и Папалекси использовали не тепловой эффект этих токов, а обратное влияние вихревых токов на создающее их магнитное поле, ослабление ими поля. В своей статье «О параметрическом возбуждении электрических колебаний» (1934 г.) ученые пишут: «Если внести в переменное поле катушки самоин-

дукции L какое-нибудь проводящее тело (в простейшем случае короткозамкнутый виток), то, как известно, вследствие наведенных в теле токов Фуко магнитная энергия поля, а следовательно, и эффективная L уменьшатся. Исходя из этого, мы применили в качестве устройства, позволяющего удобно и с требуемой частотой периодически изменять эффективную величину самоиндукции, следующее (фиг. 44). Здесь переменная самоиндукция состоит из двух групп плоских катушек, по семи в каждой (фиг. 44), смонтированных на двух параллельных досках по периферии двух параллельных окружностей так, что между обращенными друг к другу сторонами катушек было узкое пространство в виде щели. В этой щели помещался металлический вращающийся диск (фиг. 45), имеющий на периферии вырезы в виде зубцов (семь по числу катушек), расположенных таким образом, что при вращении середины зубцов в оп-

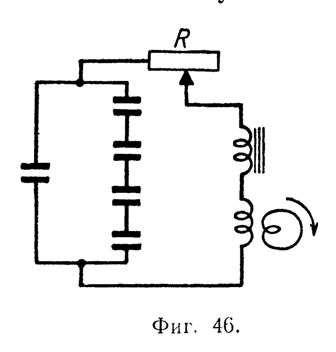


Фиг. 44.



Фиг. 45.

ределенные моменты совпадают с центрами катушек. Таким образом, периодическое изменение самоиндукции здесь достигается тем, что при вращении диска зубцы попеременно то входят в поле катушек, то выходят из него. В первом случае эффективная самоиндукция, очевидно, будет минимальной, а во втором — максимальной. Так как такой диск (например, из дюралюминия) допускает очень большие скорости вращения (в наших опытах периферийная скорость достигала 200 *м/сек*), то, следовательно, при указанном способе изменения самоиндукции можно было осуществить большие частоты (1 700—2 000 в секунду) изменения параметра и получать колебания достаточной мощности».



Фиг. 46.

На фиг. 46 показана электрическая схема одной из машин, построенных Мандельштамом и Папалекси. Виток со стрелкой на правом краю чертежа изображает вращающийся диск. Роль этого диска состоит, по существу, в том, чтобы вносить в контур энергию, которая переходит затем в энергию электрических колебаний. Когда диск подходит к промежутку между катушками, магнитное поле вихревых токов его выталкивает и тем тормозит вращение. Для того чтобы равномерно вращать диск, надо преодолевать эту выталкивающую силу и совершать, стало быть, некоторую механическую работу. Эта механическая работа переходит в самой машине в энергию электрических колебаний.

При настройке контура (фиг. 46), в котором отсутствуют какие-либо явные источники тока или напряжения, с помощью конденсатора на частоту f_0, равную или близкую к половинной частоте изменения индуктивности, в схеме возникали мощные колебания с частотой f_0. Когда при первоначальных опытах в схеме отсутствовала катушка с сердечником, амплитуда колебаний быстро возрастала до тех пор, пока не наступал пробой изоляции либо конденсаторов контура, либо подводящих проводов (напряжение достигало 12 000—15 000 *в*).

Но генератор переменного тока должен давать напряжение и ток постоянной амплитуды, т. е. установившиеся

электрические колебания, а не возрастающие. Перед учеными встала задача — ограничить и стабилизовать напряжение. С этой целью они включили в контур катушку со стальным (железным) сердечником. Индуктивность такой катушки зависит от степени насыщения сердечника, т. е. от тока в катушке (в механике это соответствует массе, зависящей от скорости). Контур с такой катушкой нельзя поэтому назвать линейной системой — этот контур нелинейный (см. стр. 13—14). Мандельштам и Папалекси показали как теоретически, так и на опыте, что для получения по методу изменения параметров (L и C) стационарных колебаний, т. е. колебаний с постоянной амплитудой, в контур необходимо включить нелинейный элемент (катушку с сердечником, неоновую лампу и т. д.). Они создали вместе со своими учениками (акад. Андронов, акад. Леонтович, Витт и др.) подробную теорию, которая дает не только условия возникновения колебаний ($\Delta L/L > 2\vartheta/\pi$, $f = 2f_0$), но и позволяет вычислить их амплитуду. Опыт подтвердил их теорию.

Когда в контур включали катушку с сердечником или другой нелинейный элемент (например, неоновую лампу), то напряжение в машине возрастало только до определенного предела и затем устанавливалось.

Было построено несколько генераторов: не только с переменной индуктивностью, но и с переменной емкостью (конденсатор переменной емкости с вращающимся ротором).

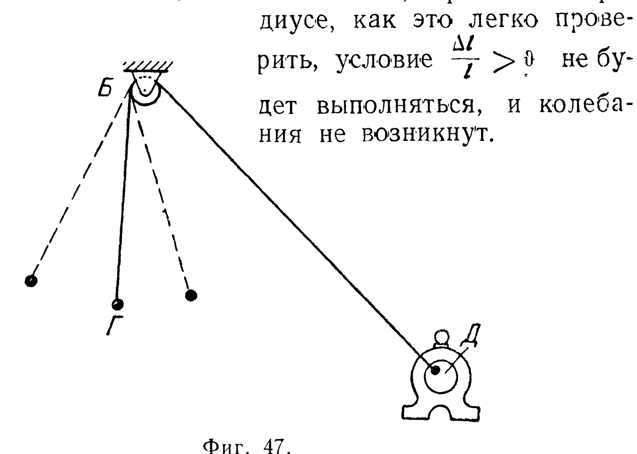
Технически проще и совершеннее оказалась, однако, конструкция с изменением не емкости, а индуктивности. С помощью своих сотрудников ученые построили в Ленинградском электрофизическом институте генератор с переменной индуктивностью мощностью в 4 *квт*, при частоте переменного тока 950 *гц*. Преимущества этих генераторов — простота конструкции, существенная экономия материалов, особенно меди (не нужна тяжелая и дорогая обмотка якоря обычного генератора). Кроме того, особенности рабочих характеристик и повышенная частота (от 500 *гц* и выше) позволяют применять эти машины в специальных случаях, например для питания радиостанций и рентгеновских установок, для закалки стали, для контактной и дуговой электросварки и т. д. Параметрические генераторы обладают еще одним существенным достоинством — они не боятся короткого замыкания.

Параметрический генератор может работать и как электродвигатель Если его контур питать переменным током соответствующей частоты, то вал машины будет вращаться. Акад. Папалекси разработал теорию такого параметрического двигателя. Он показал, что двигатель может вращаться с угловой частотой, равной разности частоты питающего тока и собственной частоты колебательного контура. Поэтому, меняя настройку контура, можно плавно изменять скорость вращения двигателя. Опыт подтвердил его теорию.

3. ПРИМЕРЫ ИЗ МЕХАНИКИ И АКУСТИКИ

С явлением параметрического возбуждения мы встречаемся также в акустике и в механике. Приведем два примера. Первый пример—обычный маятник. Как мы уже знаем, маятник — линейная система. Возвращающая сила OB (фиг. 5, стр. 16) пропорциональна отклонению маятника от положения равновесия $OB = \frac{mg}{l} \cdot OO_1$. Постоянная mg/l играет ту же роль, что и упругость пружины при колебаниях груза, и она точно так же определяет собой потенциальную энергию колебаний маятника, а следовательно, и период колебаний $T = 2\pi\sqrt{l/g}$. Параметр mg/l (в радиоконтуре ему соответствует величина, обратная емкости $1/C$) можно периодически менять, например, изменением длины подвеса маятника. Тогда возникнут вынужденные колебания, и при определенных условиях они достигнут значительной амплитуды (параметрическое возбуждение колебаний, параметрический резонанс). Условия параметрического резонанса следующие: частота изменения параметра (т. е. l) должна быть вдвое больше собственной частоты маятника $f_0 = {}^1/_{2\pi}\sqrt{g/l}$, а изменение его параметра за каждые полпериода—достаточно велико (аналогично $\Delta L/L > \vartheta$ при электрических колебаниях должно быть $\Delta l/l > \vartheta$). Это легко проверить на следующем опыте, показанном на фиг. 47. На валу небольшого электродвигателя укреплен картонный диск *Д*. В диске сделано отверстие на некотором расстоянии от его центра. В этом месте привязана нитка, перекинутая через легкий блок *Б*. На конце нитки подвешен небольшой (5—10 *г*) груз *Г*. Когда электродвигатель вращается, маятник *БГ* периодически меняет свою длину и при частоте вращения элек-

тродвигателя, вдвое большей частоты качаний маятника, наступает резонанс—амплитуда колебаний маятника резко возрастает. В опыте на фиг. 47 был применен синхронный электродвигатель с редуктором мощностью в 5 *вт*, питаемый от электросети. Частота вращения (после редуктора) равнялась 1 *гц*. Частота колебаний маятника должна быть вдвое ниже (0,5 *гц*). Длина l определится из соотношения $f_0 = 0{,}5\pi\sqrt{g/l}$. В нашем случае $f_0 = 0{,}5$ *гц* и потому $l = g/4\pi^2 f_0^2 = 981/40 \cdot 0{,}25 = 99{,}5$ *см* ≈ 1 *м*. Радиус диска D должен быть достаточно велик; при малом радиусе, как это легко проверить, условие $\frac{\Delta l}{l} > \vartheta$ не будет выполняться, и колебания не возникнут.



Фиг. 47.

Если немного подвинуть электродвигатель влево или вправо, длина маятника l изменится, изменится период его свободных колебаний и условие $f = 2f_0$ нарушится. Легко убедиться на опыте, что при новой длине маятника и прежней скорости вращения электродвигателя колебания уже не возникнут.

Энергию своих колебаний маятник получает от внешней силы, меняющей его длину. Электродвигатель поднимает груз, когда тот проходит через положение равновесия. Положение равновесия качающийся маятник проходит с максимальной скоростью. Поэтому электродвигатель преодолевает не только силу тяжести груза, но и центробежную силу, с которой движущийся груз растягивает нить. Опускается груз тогда, когда он доходит до своего крайнего левого или крайнего правого положения. Но как известно,

в крайнем положении скорость груза равна нулю и, стало быть, никакой центробежной силы нет. Поэтому, опускаясь вниз, груз отдает электродвигателю не всю энергию, полученную им при подъеме, а лишь часть ее. Работа, которую электродвигатель затратил на преодоление центробежной силы, т. е. работа, связанная не с положением груза, а с его движением, скоростью, в электродвигатель не возвращается и переходит в энергию колебаний.

Раскачивание на качелях — тоже пример параметрического возбуждения колебаний. Качели можно себе представить, грубо говоря, как маятник, а за его длину принять расстояние от точки подвеса до центра тяжести человека и доски.

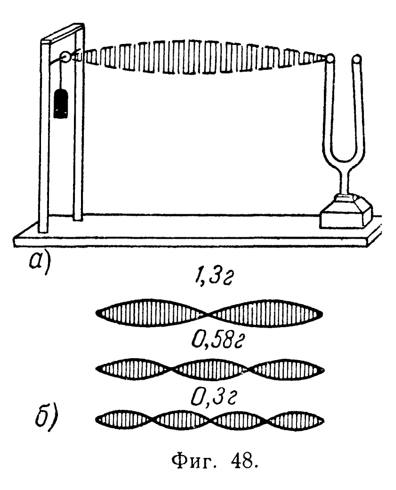
Когда мы приседаем, этот центр тяжести опускается, «маятник удлиняется», когда мы выпрямляемся, центр тяжести нашего тела вновь поднимается, и «маятник укорачивается». Роль электродвигателя на фиг. 47 выполняют теперь мускулы наших ног. Характерно, что приседаем мы в крайнем положении, а выпрямляемся в среднем, когда это сделать труднее (центробежная сила). Таким образом, за каждый размах качелей мы тратим некоторую работу, за счет которой и растет амплитуда качаний. Оба условия возбуждения колебаний ($f=2f_0$ и $\Delta L/L>\vartheta$) должны быть выполнены и в этом случае: если приседать очень мало, неглубоко, то никакого раскачивания не получится.

Человек, толкающий качели с земли, раскачивает их принципиально другим путем. Его сила — внешняя сила, направленная в ту же сторону, куда движутся качели (вправо или влево). Параметров системы он не меняет, но своим толчком придает качелям скорость (как э. д. с. в контуре возбуждает ток). Напротив, когда мы раскачиваем качели в воздухе, сила наших мускулов направлена не в направлении движения, а вверх или вниз, и вперед мы качелей не толкаем, а меняем энергию, изменяя параметр — длину. Раскачивание в воздухе — параметрический резонанс, раскачивание с земли — обычный резонанс. Соответственно и частота толчков с земли должна быть вдвое меньше частоты приседаний самих качающихся (на одно полное качание вправо и влево — один толчок вправо, но два приседания).

Аналогичным путем можно возбудить колебания и в «сплошных» системах, системах с распределенными постоянными. Если, например, прикрепить один конец струны к колеблющемуся камертону, а другой конец закрепить

неподвижно, то продольные (по отношению к струне) вибрации камертона приведут струну в поперечные колебания (фиг. 48).

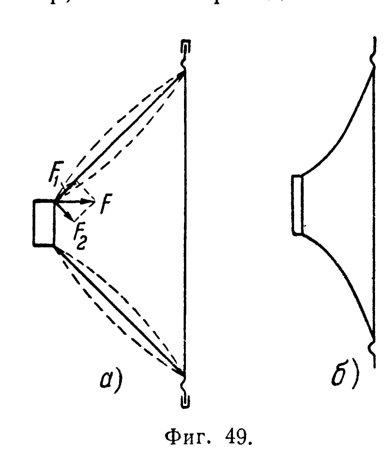
При колебаниях ножки камертона вправо и влево периодически меняется натяжение струны. Натяжение — один из параметров струны, от него зависят энергия натянутой струны и частóты ее собственных колебаний. Периодически меняя натяжение струны, камертон возбуждает тем самым колебания струны изменением ее параметра. Колебания возникают лишь в том случае, когда частота камертона вдвое выше одной из собственных частот струны (основного тона или обертонов). В отличие от маятника, груза на пружине и т. д. колебания могут возникнуть не только при $f = 2f_0$, но и тогда, когда с половинной частотой камертона совпадет не основной тон, а какой-либо из обертонов струны. Такой случай показан на фиг. 48,*б*. Меняя величину груза, а тем самым и натяжение струны и ее собственные частоты, мы доводим до половинной частоты камертона уже не основное колебание струны, а различные обертоны. Над каждым из колебаний струны на фиг. 48,*б* указано соответствующее значение груза.



Фиг. 48.

Интересный случай параметрического возбуждения колебаний рассматривается в книге В. В. Фурдуева «Электроакустика» (Гостехиздат, 1948 г., стр. 213). Исследования показали, что на определенных звуковых частотах при перегрузке конусного громкоговорителя кроме звуков музыки или речи появляются еще посторонние звуки, искажающие прием. Их частота вдвое меньше частоты основного тона, который воспроизводит громкоговоритель. Фиг. 49,*а* иллюстрирует возникновение этих паразитных колебаний (они показаны на фиг. 49 пунктиром). Осевую силу F, с которой магнит громкоговорителя втягивает звуковую катушку, можно разложить на две составляющие — вдоль образующей конуса (сила F_1) и перпендикулярно к нему (сила F_2).

Сила F_2 вызывает поперечные колебания диффузора, и мы слышим музыку или речь. Сила F_1 — в известном смысле вредная. Она сжимает диффузор вдоль образующей и вызывает тем самым паразитные колебания, показанные на фиг. 49 пунктиром. Однако сила F_1 направлена вдоль диффузора, а колебания получаются поперечные. Это не должно нас удивлять, так как мы встречаемся тут с параметрическим возбуждением колебаний. Качаясь на качелях, например, мы тоже приседаем вниз, а движемся вправо или влево. Так и здесь, сила F_1 меняет натяжение и геометрическую форму диффузора. А поперечные колебания, их собственная частота зависят в диффузоре, как и в других сплошных системах, от его массы, формы и натяжения. Сила F_1 меняет, таким образом, параметры диффузора, а мы знаем, что при периодическом изменении параметров могут возникнуть колебания. Поэтому, когда частота f электрического тока в звуковой катушке (а значит, и частота изменения параметра) вдвое больше одной из собственных частот диффузора f_0, то кроме основного тока частоты f (его создает сила F_2) мы услышим еще тон частоты $f_0=f/2$, возбужденный изменением параметров диффузора (изгиб под действием силы F_1). При этом основной тон ослабеет, поскольку часть энергии электрического тока пойдет на параметрическое возбуждение колебаний половинной частоты, и прием значительно исказится, так как в принимаемом звуке (музыка, речь) изменится соотношение тонов различной частоты.



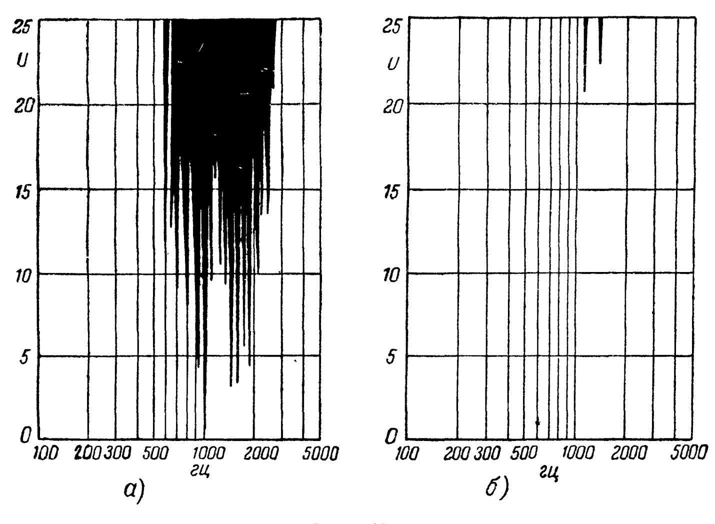
Фиг. 49.

Заметим, что параметрическое возбуждение громкоговорителя наблюдается в области между 500 и 4 000 *гц*, т. е. в довольно широком диапазоне. Однако оно имеет место лишь при больших амплитудах, при перегрузке громкоговорителя, так как тогда сила F_1 велика и может вызвать достаточное изменение параметра. Напомним, что значительное изменение параметра за период есть одно из усло-

вий параметрического резонанса, например, в машине Мандельштама-Папалекси $\Delta L/L$ всегда больше ϑ.

Сказанное иллюстрирует фиг. 50,*а*. По горизонтальной оси здесь отложена частота тока в звуковой катушке, а по вертикальной оси — величина подводимого к громкоговорителю напряжения. Зачерненные части диаграммы — это области, где наблюдаются паразитные параметрические колебания.

Явление параметрического возбуждения не позволяет, таким образом, увеличивать мощность громкоговорителя



Фиг. 50.

выше определенного предела, при котором паразитные колебания еще достаточно слабы. Поэтому при разработке более мощных громкоговорителей (от 5 *вт* и выше) пришлось изыскивать специальные меры, чтобы этот эффект подавить. С этой целью сечение диффузора делают криволинейным, как это показано на фиг. 49,*б*. В таком диффузоре паразитные колебания почти отсутствуют (фиг. 50,*б*).

4. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС И ЕГО ОСОБЕННОСТИ

Если менять параметры системы с произвольной частотой, то колебаний, вообще говоря, не будет. Они возникают тогда, когда частота изменения параметра f равна удвоен-

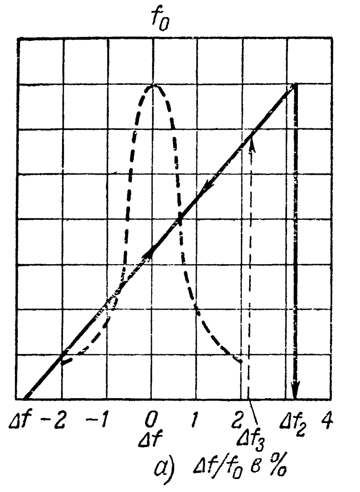
ной собственной частоте системы или близка к ней. Система откликается, резонирует на определенную частоту внешнего воздействия. Поэтому явление параметрического возбуждения колебаний и получило название параметрического резонанса. Обычный резонанс, когда парамегры постоянны, а колебания поддерживаются внешней силой, периодически меняющей ток и напряжение в такт с собственными колебаниями, мы будем для отличия называть линейным резонансом (поскольку так протекает явление резонанса именно в линейных системах).

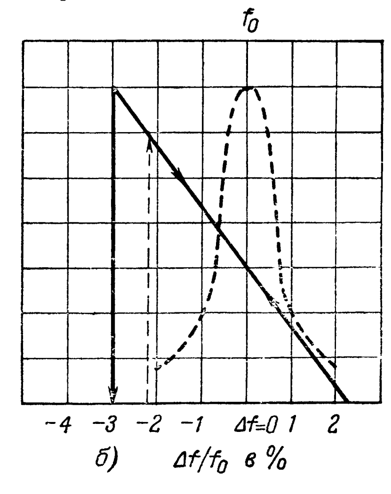
Система с периодически меняющимися параметрами может быть как линейной, так и нелинейной. Линейной она будет тогда, когда ее параметры, хотя и меняются со временем, но от тока (или скорости) и заряда (или смещения) не зависят. Такой линейной системой будет контур машины Мандельштама-Папалекси, если в нем нет катушки с сердечником, индуктивность которой зависит от тока. Нелинейной она будет в том случае, когда какой-либо параметр зависит от тока или напряжения (в цепь включена катушка с сердечником, неоновая лампа и т. д.).

Явления параметрического резонанса наблюдаются и в линейных системах. Возникает вопрос, почему же мы тогда различаем параметрический резонанс и линейный резонанс?

При изменении параметра могут возникнуть колебания и в линейной системе. Но в линейных системах эти колебания будут непрерывно нарастать. Как мы уже говорили (см. стр. 78), если менять параметр «во-время», в надлежащие моменты колебаний, то затраченная на это энергия будет переходить в колебательную энергию и амплитуда колебаний будет непрерывно расти. Поэтому, например, в машине Мандельштама-Папалекси без катушки с сердечником дело кончалось пробоем изоляции. Стало быть, считая систему линейной, мы не сможем понять, как колебания достигают у с т а н о в и в ш е й с я амплитуды. Однако опыт показывает, что и колебания струны в опыте на фиг. 48, и колебания маятника на фиг. 47 достигают лишь вполне определенной амплитуды и больше не возрастают. Почему? Как в схеме на фиг. 46, так и в этих случаях колебания устанавливаются только потому, что система перестает быть линейной. Например, маятник можно считать линейной системой лишь при малых углах отклонения (не более 5—10°) — только тогда OO_1 на фиг. 5 можно заменить через

OE и получить соотношение $F = s\ mg/l$, т. е. линейную зависимость между возвращающей силой и отклонением. При значительных углах отклонения OO_1 совсем не равно OE, и маятник нельзя больше считать линейной системой. Пока качания маятника малы, его можно считать линейной системой, и колебания при периодическом изменении длины все нарастают. Но когда колебания достигают значительной амплитуды, маятник перестает уже быть линейной системой, возвращающая сила больше не пропорциональна отклонению. Как показывает теория, созданная Мандельштамом, Папалекси и их учениками, только в нелинейной системе при периодическом изменении параметров колебания не возрастают беспредельно, а сохраняют постоянную, установившуюся амплитуду. Так будет и в маятнике, и в контуре с дросселем, имеющим стальной сердечник, и в струне. Потому понять параметрический резонанс до конца, рассчитать амплитуду установившихся колебаний можно, только рассматривая его как резонанс в нелинейной системе. Вследствие этого мы и разделяем параметрический резонанс и линейный резонанс.





Фиг. 51.

Сравним особенности параметрического резонанса с особенностями обычного линейного резонанса.

На фиг. 51 показаны резонансные кривые при параметрическом резонансе — зависимость максимального заряда

конденсатора от расстройки контура (сплошная кривая). Для сравнения на той же фигуре пунктиром изображена резонансная кривая при обычном линейном резонансе в том же контуре. Расстройка

$$\frac{(\omega^2-\omega_0^2)}{2\omega^2} \approx \frac{f-f_0}{f_0} \text{ указана в процентах.}$$

Каковы условия наступления резонанса в том и другом случае?

1. При обычном линейном резонансе колебания достигают максимальной амплитуды только при частоте внешнего воздействия, равном собственной частоте системы. Сколько собственных частот имеет система, столько и резонансных частот для внешней силы. Всякое колебание достигает максимума только при одной частоте внешней силы.

Сложнее обстоит дело при параметрическом резонансе. Как показали исследования ряда физиков, и в том числе советских физиков школы Мандельштама и Папалекси, колебания частоты f_0 возбуждаются не только при частоте изменения параметра $f=2f_0$, но и при более низких частотах $f=2f_0/2$; $2f_0/3$; $2f_0/4$ и вообще при $f=2f_0/n$, где n — любое целое число: 1, 2, 3, 4 и т. д. Механизм возбуждения колебаний тот же, что и при $f=2f_0$, но мы меняем параметр и вносим в систему энергию не каждые полпериода, как при $f=2f_0$, а через период, полтора периода ($2f_0/3$), два периода ($f=2f_0/4$) и т. д. — как бы через такт. Вполне понятно, что возбудить колебание при более медленном изменении параметра труднее, чем при $f=2f_0$. На поддержание колебаний каждые полпериода надо ввести в систему столько энергии, сколько теряется в ней на джоулево тепло: $\Delta L \cdot i^2/2$ больше или равно $i^2 \cdot R \cdot T/2$. При самой высокой частоте ($f=2f_0$) энергия вносится каждые полпериода, поэтому $\Delta L \cdot i^2/2 = i^2 R \cdot T/2$. При $f=2f_0/4$, например, энергия вносится каждые два периода, а за два периода потери на джоулево тепло вчетверо больше, чем за $T/2$, и поэтому ΔL должно быть тоже больше. Чем ниже f, тем больше должно быть отношение $\Delta L/L$, тем больше должно быть процентное изменение индуктивности. Поэтому колебания при $f=2f_0/2$; $2f_0/3$ и т. д. труднее возбудить. Параметрический резонанс при $f=2f_0/2$, т. е. при $f=f_0$ акад. Папалекси удалось осуществить на опыте и исследовать лишь в 1945 г.

Итак, при параметрическом резонансе одно и то же собственное колебание частоты f_0 возбуждается при внешних воздействиях разной частоты $2f_0/n$, где n — любое целое число. Основной параметрический резонанс, наиболее интенсивный, получается не при $f=f_0$, как линейный резонанс, а при $f=2f_0$.

2. При обычном способе возбуждения колебания возникали при любой расстройке (фиг. 7, 9 и 34). При значительной расстройке амплитуда колебаний очень мала, но колебания, хотя и малые, все же возникали.

Иная картина при параметрическом резонансе (фиг. 51). При значительной расстройке (в данном случае — от 3% и выше) колебания вообще не возникают. Если в контуре уже есть колебания, то при увеличении расстройки они уменьшаются не плавно, как при линейном резонансе, а сразу исчезают, когда расстройка превысила определенный порог (на фиг. 51—3%).

Существование порога для расстройки, выше которого колебания срываются, — второе отличие параметрического резонанса от линейного.

3. Порог существует и для внешней силы, меняющей параметр. Если изменение параметра за период мало, то колебания тоже не возникают. Например, для машины Мандельштама-Папалекси условие резонанса $\Delta L/L$ больше $2\vartheta/\pi$. Напротив, при обычном резонансе колебания возникают при любой э. д. с. Правда, при малой э. д. с. мала и амплитуда колебаний, но они все же есть.

Итак, условия появления параметрического резонанса совершенно иные, чем обычного, линейного.

Первый вопрос, который нас всегда интересует при изучении колебаний: при каких условиях эти колебания возникают и какова их частота? Далее встает второй вопрос, уже более сложный: какова их амплитуда и от каких причин она зависит?

Как мы уже подчеркивали на стр. 90, установившиеся параметрические колебания с постоянной амплитудой возможны только в нелинейной системе. Исследуя, стало быть, амплитуду колебаний при параметрическом резонансе, мы разбираем один из случаев резонанса в нелинейной системе.

От каких факторов и как именно зависит амплитуда вынужденных колебаний при линейном резонансе и при параметрическом резонансе?

1. Она зависит от расстройки. При линейном резонансе колебания возникали при любой расстройке, но при значительной расстройке они были малы. При параметрическом резонансе колебания возникают лишь при достаточно малой расстройке (на фиг. 51 при относительной расстройке меньше 3%).

При дальнейшем уменьшении расстройки до нуля амплитуда колебаний в линейной системе растет, при $f=f_0$ достигает максимума и дальше постепенно падает. Резонансная кривая симметричная, ее максимум—посередине.

В случае параметрического резонанса вначале с уменьшением расстройки амплитуда колебаний растет, при $f=2f_0$ достигает некоторого значения U_1. Но при дальнейшем возрастании частоты амплитуда вынужденных колебаний продолжает расти, хотя расстройка и увеличивается от нуля до Δf_2. При критическом значении расстройки Δf_2 (на фиг. 51—3%) колебания срываются. Резонансная кривая имеет иную форму, чем при линейном резонансе. Она несимметрична, и максимум ее—на краю.

2. Амплитуда колебаний при линейном резонансе зависит от э. д. с., от отношения частот f/f_0 (частоты внешней силы к собственной частоте) и от затухания. При заданных $\Delta f/f_0$, Q и E возможна только одна амплитуда колебаний, так как $I^2_{рез}/I^2 = 1 + Q^2(2\Delta f/f_0)^2$.

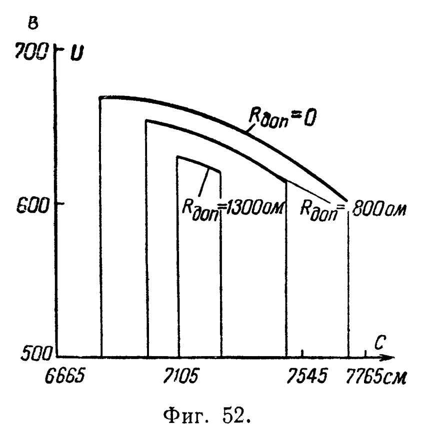
Подошли ли мы к данной частоте справа (понижая частоту) или слева (повышая ее), при линейном резонансе это роли не играет — амплитуда вынужденных колебаний будет одна и та же. Колебания не зависят от „истории" процесса.

Иное положение при параметрическом резонансе. Если увеличивать собственную частоту контура, колебания нарастают и при критической расстройке $\Delta f = \Delta f_2$ срываются. Но снова уменьшив расстройку, сделав ее ниже критической, мы колебаний возбудить не сможем, они возникнут вновь только при $\Delta f = \Delta f_3$ ($\Delta f_3 = 2\%$) и притом сразу с большой амплитудой, скачком. Расстройкам между Δf_2 и Δf_3 между 2% и 3% на фиг. 51 соответствуют по две амплитуды колебаний: при движении слева — амплитуда U, а при движении справа — амплитуда, равная нулю (колебаний нет).

Стало быть, колебания в данный момент зависят не только от параметров системы и от внешней силы, но и от

того, что было с системой раньше, от «истории» системы. В этом тоже существенное отличие параметрического резонанса.

3. Амплитуда колебаний зависит от величины внешней силы. При линейном резонансе она пропорциональна внешней силе. В нелинейной системе это соотношение не имеет места. Связь между внешней силой и амплитудой колебаний не линейная, а более сложная. Мы эту особенность нелинейного резонанса перечислили последней, а по важности ее следовало бы поставить на первом месте. Мы отнесли ее в конец потому, что, не пользуясь математикой, не сможем разъяснить всей важности этой особенности.



Фиг. 52.

4. На форму резонансной кривой влияет активное сопротивление в контуре. На фиг. 52 изображены резонансные кривые построенной Мандельштамом и Папалекси машины с периодическим изменением емкости. Изменение емкости достигается в этой машине непрерывным вращением подвижных пластин конденсатора, жестко скрепленных с валом двигателя. На каждой из резонансных кривых указана величина активного сопротивления в контуре, при котором она снята. Как видно из фиг. 52, с ростом активного сопротивления (т. е. потерь в контуре) резонансная кривая опускается и несколько сужается. При линейном резонансе с ростом потерь резонансная кривая, наоборот, не сужается, а расплывается, как это показано на фиг. 9, 27 и 34.

При линейном резонансе параметры постоянны, они не зависят ни от времени, ни от тока. Поскольку при параметрическом резонансе параметры зависят и от времени, и от тока (катушка с сердечником), то появляется новое обстоятельство, влияющее на резонансную кривую, которая зависит теперь от того, как именно связаны параметры с током и зарядом в системе. Например, если индуктивность зависит от тока, как $L = a + bi - ci^2$, то резонансная кривая будет

такая, как на фиг. 51,*а*. При $L = a + bi + ci^2$ (иной материал в сердечнике катушки) резонансная кривая будет уже другой (фиг. 51,*б*).

Амплитуда колебаний при параметрическом резонансе определяется именно нелинейными свойствами системы. В линейной системе колебания должны были бы все время возрастать и не могли бы установиться. Поскольку мы интересуемся не условиями появления резонанса, а амплитудой колебаний и ее зависимостью от частоты, величины внешней силы и от параметров системы, параметрический резонанс представляет собой пример резонанса в нелинейной системе.

Большинство колебательных систем являются нелинейными. Линейные системы — это лишь частный случай. Нелинейной системой является всякий ламповый генератор; нельзя понять принцип его действия, если не учитывать зависимости его параметров (сопротивления лампы) от тока. Чтобы понять принцип работы лампы как смесителя и как детектора, необходимо также учесть кривизну ее характеристики (зависимость внутреннего сопротивления лампы от протекающего через нее тока), т. е. нелинейность характеристики лампы. Мы видим, таким образом, насколько важно исследование свойств именно нелинейных колебательных систем и, в частности, воздействия на них различных внешних сил.

Колебания в линейных системах изучены сравнительно хорошо. Зная параметры системы, мы всегда можем определить ее собственную частоту, а также амплитуду и фазу вынужденных колебаний. Эти вопросы изучает теория линейных колебаний. Многими достижениями этой теории, ее распространением во все области физики, ее развитием как особой ветви физики мы обязаны русским и советским ученым: Б. Б. Голицыну, А. Н. Крылову, П. Н. Лебедеву, Л. И. Мандельштаму и др. В настоящее время классическая линейная теория колебаний доведена до высокой степени совершенства, разработана глубоко и обстоятельно.

Но самой жизнью выдвигались более сложные, более трудные нелинейные колебательные задачи. Первоначально это были задачи из области механики — и земной, и небесной: вопросы вращения и поступательного движения небесных тел, теория часовых механизмов, а в дальнейшем вопросы регулирования паровых машин, проблемы теории полета. В разработке этих вопросов отечественная наука

играла выдающуюся роль. Большое значение имели исследования в этой области Н. Е. Жуковского, А. М. Ляпунова и И. А. Вышнеградского.

В результате изобретения А. С. Поповым радио — одного из величайших изобретений за всю историю человечества — рождается и бурно развивается новая область техники — радиотехника. Именно в радиотехнике вопросы нелинейных колебаний, и прежде всего теории лампового генератора, приобрели большую остроту.

Советские ученые добились в разрешении этих проблем больших успехов. Как указал акад. А. А. Андронов в своей речи на сессии Академии наук 22 декабря 1944 г.: «Приблизительно с 1930 г. основной центр исследований по теории нелинейных колебаний находится в СССР, чем мы обязаны в первую очередь Л. И. Мандельштаму». В работах Л. И. Мандельштама, выполненных совместно с Н. Д. Папалекси, в работах их многочисленных учеников, среди которых следует в первую очередь назвать А. А. Андронова, а также в исследованиях наших крупных математиков Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова и многих других советских ученых были усовершенствованы математические методы теории колебаний и были решены актуальные вопросы как радиофизики, так и других областей физики и техники.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы начали со свободных колебаний простейших механических систем: шарика на пружинке и маятника. Затем, перейдя к колебаниям в более сложных системах (колебания струн, пластинок и т. д.), мы обнаружили такие же закономерности, как и в этих простейших случаях. Каждая система, если ее «толкнуть», будет совершать гармонические колебания, частота которых не зависит от силы толчка. Свободные гармонические колебания происходят и в линейном электрическом контуре. И в этом случае частота колебаний не зависит от внешнего толчка.

Далее, мы рассмотрели, как отвечает линейная система на непрерывное внешнее воздействие. Первый тип внешнего воздействия — гармоническая внешняя сила, непрерывно действующая на систему и доставляющая ей таким путем энергию. Линейная система отвечает на внешнюю силу разной частоты по-разному. Сильнее всего она откликается (резонирует) на силу, частота которой совпадает с соб-

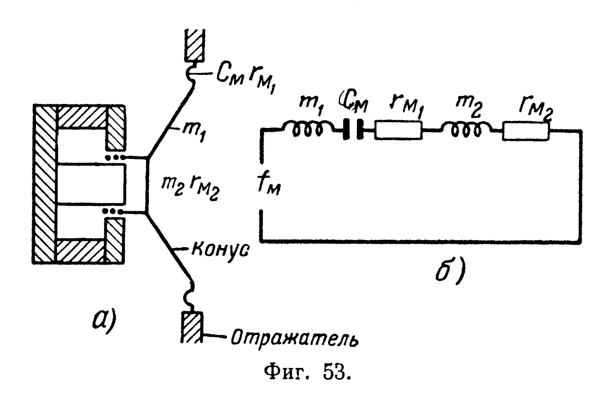
ственной частотой системы (линейный резонанс), причем во всех линейных системах при механических, звуковых и электрических колебаниях явление резонанса протекает одинаково, и законы вынужденных колебаний весьма сходны. Мы проследили эту аналогию для механических и электрических колебаний (см. табл. 2 на стр. 45, где каждой механической величине сопоставлена соответствующая электрическая). Можно было бы проследить эту аналогию и для звуковых и световых колебаний, колебаний в атоме и т. д.

Вынужденные колебания можно возбудить также периодическим изменением свойств системы, ее параметров (параметрический резонанс). Установившиеся колебания постоянной амплитуды возможны при этом только в нелинейных системах. Мы проследили закономерности этого нового явления и убедились, что в этом случае система отвечает на внешнее воздействие совсем по-иному, чем при обычном линейном резонансе. Так мы подошли к явлениям в нелинейных системах, значительно более сложным. Но и здесь мы находим аналогию между колебаниями различных тел. Например, движение качелей и электрические колебания в параметрическом генераторе подчиняются некоторым общим закономерностям, поскольку в обоих случаях имеет место явление параметрического резонанса. Это сходство колебаний различной физической природы — весьма глубокая закономерность.

Заметим, однако, что когда теория колебаний отмечает сходство между колебаниями двух систем, например, между колебаниями в контуре и качаниями маятника, то при этом отнюдь не утверждается, что эти явления тождественны, что все их свойства совпадают. Есть особенности, присущие только электрическим колебаниям или одним механическим. Особенности механического движения заставили выделить его в отдельную науку—механику; особенности оптических явлений составляют предмет оптики и т. д. Учение о колебаниях не претендует на то, чтобы заменить собой оптику, акустику, радиофизику и т. д. Оно рассматривает явления со своей особой точки зрения и связывает тем самым различные области науки.

В технике колебательными аналогиями пользуются, например, при расчете сложных механических систем. На фиг. 53 показана эквивалентная электрическая схема механической системы громкоговорителя. Массе диффу-

зора m_1 на электрической схеме соответствует индуктивность m_1, гибкости подвесной системы C_M — емкость C_M, механическому сопротивлению (трению) подвесной системы — сопротивление r_{M1}; m_2 и r_{M2} — масса и механическое сопротивление воздушной нагрузки (объема воздуха, приводимого в движение диффузором). Пусть диффузор приводит в движение переменная сила f_M (ее вычисляют по току в катушке и по прочим электрическим характеристикам диффузора); требуется определить „отклик" механической системы диффузора на эту силу, например,



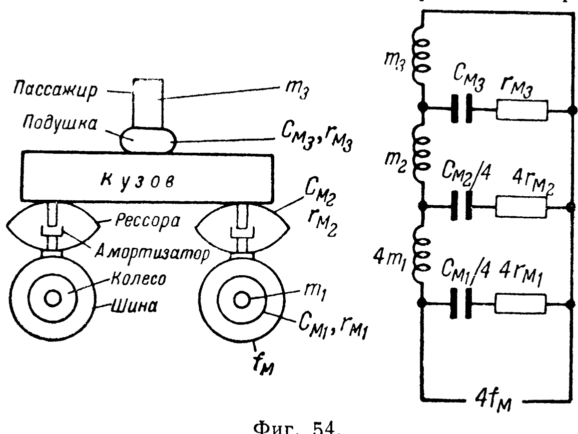
Фиг. 53.

скорость диффузора и излучаемую им звуковую энергию, Тогда поступают следующим образом. Предполагают что на зажимах электрической цепи на фиг. 53 приложена такая же внешняя э. д. с. f_M и определяют при этом условии ток в цепи. Этот ток численно равен скорости диффузора (сравни табл. 2 на стр. 45; электрическому току соответствует скорость). Мощность в электрической цепи выражается соотношением $P = Ri^2$, точно так же в механической системе мощность звукового излучения динамика равна произведению его механического сопротивления на квадрат скорости. Зная скорость, вычисляют и звуковую мощность, излучаемую динамиком.

На фиг. 54 показана упрощенная эквивалентная электрическая схема подвесной системы автомобиля. Заметим, что частота собственных колебаний упругой системы автомобиля не должна совпадать с частотой внешней силы, создаваемой, например, вибрациями на неровностях дороги, в противном случае будет наблюдаться резонанс. Расчет

схемы на фиг. 54 позволяет указать, каковы должны быть масса и упругость рессор, рамы и т. д., чтобы избежать явления механического резонанса.

Единый подход к колебаниям различной физической природы играет существенную роль и в науке. Им блестяще воспользовался великий русский ученый П. Н. Лебедев. Он поставил своей целью исследовать давление электромагнитных волн на газы, и в особенности давление световых волн. Напомним, что свет — это частный случай электромагнитных волн. Световые волны — это электромагнитные волны, длиной от 38 до 78 миллионных долей сантиметра.



Фиг. 54.

Как известно, газы состоят в нормальных условиях из молекул, находящихся в беспрерывном хаотическом движении. Установлено, что каждая молекула представляет собой линейную колебательную систему — резонатор. В ней могут происходить свободные электрические колебания высокой частоты (порядка частоты световых волн). Под действием приходящей электромагнитной волны (в том числе света) в молекуле начинаются вынужденные колебания. Для того чтобы изучить действие света на газы, Лебедеву надо было исследовать эти вынужденные колебания. Однако изолировать отдельную молекулу и производить над ней опыты, конечно, невозможно (напомним, что диаметр молекулы — порядка стомиллионных долей сантиметра).

Лебедев воспользовался колебательными аналогиями между разными явлениями. Не зная механизма и свойств колебаний молекулы, он исследовал прежде действие волн

на резонаторы другой физической природы и найденные при этом закономерности распространил на случай давления света на молекулы газа. Он начал с воздействия радиоволн (длиной около 3,5 *м*) на миниатюрные колебательные контуры с конденсатором и индуктивностью. «Изменяя по желанию период колебания резонатора (что не представляет каких-либо затруднений) и заставляя падать на него электромагнитную волну определенной длины, мы можем, — писал Лебедев, — наблюдать образующиеся в этом случае ...силы и установить их зависимости от резонанса».

Далее Лебедев перешел к гидродинамическим резонаторам. Небольшой электродвигатель заставлял колебаться в воде металлический шарик. Колебания воды передавались другому шарику — резонатору, укрепленному на упругой плоской пружине.

Наконец, он исследовал действие звуковых волн на акустические резонаторы — трубки различной длины, наполненные воздухом.

Найденные при этом закономерности Лебедев распространил на колебания молекул и отсюда сделал вывод, что электромагнитные волны, и в частности свет, давят не только на твердые тела, но и на газы. А затем он блестящими опытами первый в мире доказал существование светового давления как на твердые тела, так и на газы. Опыты Лебедева по измерению давления света на газы длились 10 лет (1901—1910 гг.). Они представляют собой непревзойденный образец экспериментального искусства. Он измерял, например, силы порядка десятимиллиардных долей грамма. Прошло 40 лет, но эти опыты Лебедева еще никто в мире, не решился ни повторить, ни продолжить.

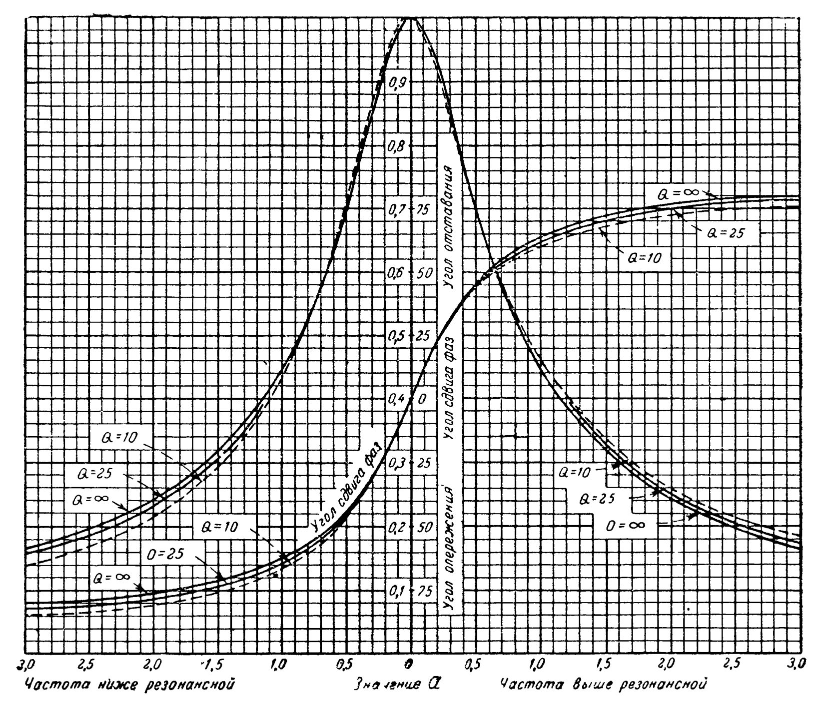
Не менее важную роль играет метод «колебательной взаимопомощи» и в современной физике. Приведем пример. Под действием электрических сил ядра и особых ядерных сил атомные ядра пульсируют, совершают колебания. Эти колебания тесно связаны с другим важным процессом — делением атомного ядра на несколько частей. Заметим, что вообще деление ядер — это как раз то самое явление, которое позволяет нам использовать энергию атомного ядра.

Оказывается, что колебания атомных ядер и процессы их деления во многом аналогичны колебаниям и дроблению на части заряженных электричеством водяных капель. И изучая колебания электрически заряженных капель, ученые сделали ряд заключений о колебаниях атомных ядер.

Таким образом, колебательные аналогии или «колебательная взаимопомощь» различных областей физики и техники позволяют использовать выводы, добытые для одних колебаний (например, механических) в изучении такого же типа колебаний, но уже другой природы (например, электрических). Конечно, законность такого переноса проверяется затем на опыте, но сама возможность переноса законов колебаний из одной области науки в другую оказывается очень плодотворной как в науке, так и в технике.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОБОБЩЕННАЯ РЕЗОНАНСНАЯ КРИВАЯ



По горизонтальной оси отложена величина $a = Q \cdot \frac{\Delta f}{f_0}$, где Q — качество контура и $\frac{\Delta f}{f_0}$ — относительная расстройка. По вертикальной оси для последовательного колебательного контура отложена величина отношения $I/I_{рез}$ (тока при данной частоте к току при резонансе) и сдвига фаз между током и напряжением (угол сдвига фаз). Отношение $I/I_{рез}$ вычислено по формуле (6) на стр 60. Для параллельного колебательного контура по вертикальной оси отложена величина отношения $Z_к / R_к$ (сопротивления контура при данной частоте к резонансному сопротивлению контура). При параллельном колебательном контуре для кривой сдвига фаз надо поменять знак угла на обратный. Для пояснения пользования кривыми приводим следующие примеры.

Пример 1. Определить частоту расстройки Δf, при которой ток в контуре уменьшился бы до 0,5 своего значения при резонансе, если добротность контура $Q = 125$, а резонансная частота $f_0 = 1\,000$ *кгц.*

По резонансной кривой находим, что отношение $I/I_{рез} = 0{,}5$ соответствует $a = 0{,}86$. Тогда $\Delta f = \frac{a \cdot f_0}{Q} = \frac{0{,}86 \cdot 1\,000}{125} = 6{,}88$ *кгц.* Угол сдвига фаз (по второй кривой) равен 60°.

Пример 2. Для того же контура ($Q = 125$ и $f_0 = 1\,000$ *кгц*) найти $\frac{I}{I_{рез}}$ при расстройке в 1% (т. е. при $\Delta f = 10$ *кгц*).

Определяем, что $a = Q \cdot \frac{\Delta f}{f_0} = 125 \frac{10}{1000}$ 1,25 и находим, что этому значению соответствует отношение токов $\frac{I}{I_{рез}} = 0{,}365$ и что ток опережает напряжение на 68°

СОДЕРЖАНИЕ

Цена 2 р. 80 к.